



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ»
(ДГТУ)**

Факультет Дорожно-транспортный

Кафедра Организация перевозок и дорожного движения

Зав. кафедрой «_____»

_____ д.т.н., проф.
Зырянов В.В.
(подпись)

«__» _____ 2022 г.

Конспект лекций по дисциплине

Моделирование транспортно-логистических процессов

для всех форм обучения

Направление 23.04.01 «Технология транспортных процессов»

Ростов-на-Дону

2022

ВВЕДЕНИЕ

Одним из важнейших инструментов ускорения научно - технического прогресса всех отраслей народного хозяйства, в том числе и автомобильного транспорта, является широкое применение методов моделирования производственных процессов, и особенно, современных оптимизационных методов, которые дают возможность избегать дорогостоящих экспериментов при рассмотрении вопросов организации работы автомобильного транспорта.

Повышение эффективности автомобильных перевозок грузов и пассажиров связано с применением методов классической и современной математики для решения прикладных задач. По своему характеру все решаемые на транспорте задачи можно разделить на три группы: разработка технологических процессов перевозки грузов; оперативное управление перевозочным процессом (слежения (vehicle tracking – систематический мониторинг и запись текущей позиции и состояния транспортного средства) и трассирования (vehicle tracing – деятельность по поиску текущей позиции транспортного средства путем реконструкции его маршрута) транспортных средств); учет и статистика.

Разработка технологических процессов перевозки грузов связана с определением кратчайших расстояний между пунктами транспортной сети, с составлением рациональных маршрутов при перевозке массовых грузов, с определением развозочно-сборных маршрутов при мелкопартионных перевозках с рациональной эксплуатацией различных моделей автомобилей на перевозке различных грузов, с закреплением автотранспортных предприятий за грузоотправителями и другими вопросами.

Полученные знания используются в инженерной практике при транспортной деятельности. Задачи с использованием математических моделей и методов применяются на транспорте при решении перспективных вопросов, проектировании транспортно-технологических схем, оперативном планировании и управлении перевозками и разработке технических нормативов.

ЛЕКЦИЯ 1. ОБЩЕМЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ ПОСТРОЕНИЯ МОДЕЛЕЙ

Транспортный процесс – это совокупность операций, связанных с перемещением грузов или пассажиров. При изучении транспортного процесса, последний заменяют моделью с целью экономии затрат (денежных, временных, трудовых).

Моделирование - это метод исследования сложных систем, основанный на том, что рассматриваемая система заменяется на модель и проводится исследование модели с целью получения информации об изучаемой системе.

Использование модели позволяет упростить изучение системы.

При моделировании сложная реальная система заменяется некоторой упрощенной копией или схемой, которая отражает какие-то существенные черты, позволяет разобраться в механизме работы системы, дает возможность предсказать ее изменение. Одной и той же системе могут соответствовать разные модели.

Система - это выделенное в соответствии с некоторым правилом объединение элементов любого рода, образующих связанное целое. Система не изолирована от окружающего мира. Все, что оказывает воздействие на систему, и на что система оказывает воздействие, называется внешней средой. В общем случае состав элементов системы переменный. Одни элементы находятся в системе постоянно, другие - появляются и покидают систему (временные элементы). Все атрибуты элементов и системы в целом можно разделить на два типа: переменные и постоянные. Постоянными являются атрибуты, значение которых остается неизменным в рассматриваемом периоде времени.

Состояние системы - совокупность значений всех переменных атрибутов элементов и системы в целом в некоторый момент времени существования системы.

Классификация систем по различным признакам:

По виду элементов:

- системы типа «объект» - системы, элементами которых являются предметы (двигатель, машина, вертолет);
- системы типа «процесс» - системы, элементами которых являются операции (изготовление, перевозка, обслуживание).

По числу состояний:

- динамические - системы, состояние которых меняется с изменением времени;

- статические.

По типу состояний:

- дискретные - если состояние системы, т. е. значение ее атрибутов, изменяется скачкообразно, в дискретные моменты времени (человек вошел/вышел в магазин);

- непрерывные - если состояние системы изменяется непрерывно (температура закипающего чайника);

- комбинированные (непрерывно-дискретные) - если часть атрибутов, описывающих состояние системы, меняется непрерывно, а часть дискретно (например, поведение капли из крана - «висит», «летит», «упала»).

По условиям переходов из одного состояния в другое:

- стохастические (вероятностные) - если при одних и тех же начальных условиях результаты функционирования системы будут различаться;

- детерминированные.

Знание класса исследуемой системы позволяет:

1. уточнить цели, задачи и методику моделирования;
2. оценить степень соответствия разработанной модели исследуемой системе.

Термин «модель» широко используется в различных сферах человеческой деятельности и имеет множество смысловых значений. Модель - это аналог, макет или иной вид отражения наиболее существенных свойств изучаемого процесса или явления.. Модели используются в целях управления и прогнозирования (предсказания) возможной эффективности системы в случае изменения ее характеристик. Они позволяют объяснить интересующие нас явления и выявить взаимосвязь отдельных явлений, а также заменить дорогостоящие и сложные испытания систем в реальной обстановке. Моделирование осуществляется с целью усовершенствования системы, а также для ознакомления и обучения персонала с системами и ситуациями, которые трудно осуществить в реальных условиях. С помощью модели можно проверять или демонстрировать новые идеи, получать количественную оценку при различных вариантах управления. Деятельность,

например, автотранспортного предприятия можно рассматривать в замедленном или ускоренном темпе. При моделировании можно заглянуть вперед и рассмотреть «будущее» состояние системы.

Моделирование применимо при обучении инженерно-управленческого состава с помощью «деловых игр». Такая игровая модель позволяет моделировать целую отрасль народного хозяйства, министерство, управление, трест или предприятие. Модели широко используются для оптимизации систем, и это является основным научным принципом в исследовании операций.

Современные энциклопедические словари так трактуют этот термин: модель (французское *modele* от латинского *modulus* – мера, образец, эталон, стандарт): в широком смысле – это любой образ, аналог (мысленный или условный, т.е. изображение, описание, схема, чертёж, график, план, карта и т.д.) какого-либо объекта, процесса или явления («оригинала» данной модели), используемый в качестве его «заместителя», «представителя».

Любая модель строится и исследуется при определённых допущениях, гипотезах. Модель – результат отображения одной структуры на другую. Отобразив физическую систему (объект) на математическую систему (например, математический аппарат уравнений), получим физико-математическую модель системы, или математическую модель физической системы.

Итак, можно утверждать, что под моделью понимают искусственную систему, отображающую основные свойства изучаемого объекта – оригинала.

Информация – это абстракция. Значит, модель – это тот объект, та система, которая позволяет представить эту информацию в конкретное, например компьютерное, содержание или форму. И, тем самым, моделирование – это тот процесс, метод, который позволяет осуществлять перенос информации от реальной системы к модели и наоборот.

Современные энциклопедические словари определяют этот термин так: моделирование:

1. исследование каких-либо явлений, процессов или систем объектов путём построения и изучения их моделей;

2. использование моделей для определения или уточнения характеристик и рационализации способов построения вновь создаваемых объектов.

Моделирование является по существу построением рабочей аналогии. Оно представляет собой построение рабочей модели, отражающей подобие свойств или соотношений с рассматриваемой реальной задачей. Моделирование позволяет изучить сложные задачи, например движения транспорта, не в реальных условиях, а в лаборатории.

В более общем смысле моделирование можно определить как динамическое отображение некоторой части реального мира путём построения модели для вычислительной машины и продвижения её во времени. Термин «модель» для вычислительной машины используется для обозначения специального вида, формальной математической модели, а именно модели, которая не предназначена для решения аналитическими методами, а будет имитироваться на электронной вычислительной машине.

Таким образом, моделирование состоит в использовании цифровой или аналоговой вычислительной машины для прослеживания изменений во времени. Различие состоит лишь в том, что цифровое устройство считает, а аналоговое – измеряет. Это различие по существу является фундаментальным и фактически отражает математическое различие между дискретной переменной (цифровое устройство) и непрерывной переменной (аналоговое устройство).

Моделирование – это универсальный метод получения, описания и использования знаний. Оно используется в любой профессиональной деятельности. В современной науке и технологии математическое моделирование усиливается, актуализируется достижениями, успехами других наук. Поскольку моделирование – это процесс построения, изучения и применения моделей, то можно сказать, что моделирование – это изучение объекта путём построения и исследования его модели, осуществляемое с определённой целью, и состоит оно в замене эксперимента с оригиналом экспериментом на модели.

Модели по их назначению бывают познавательными, прагматическими и инструментальными.

Познавательная модель – форма организации и представления теоретических знаний, средство соединения новых и старых знаний. Познавательная модель, как правило, подгоняется под реальность и является теоретической моделью.

Прагматическая модель – средство организации практических действий, представления целей системы для её управления. Реальность подгоняется под некоторую прагматическую модель. Это, как правило, прикладная модель.

Инструментальная модель – средство построения, исследования и/или использования прагматических и/или познавательных моделей.

Познавательные модели отражают существующие, а прагматические – хоть и не существующие, но желаемые и, возможно, исполнимые отношения и связи.

По уровню моделирования модели бывают эмпирическими, теоретическими и смешанными.

Эмпирическая – на основе эмпирических фактов, зависимостей;

Теоретическая – на основе математических описаний;

Смешанная или полуэмпирическая – использующая эмпирические зависимости и математические описания.

Стратегия моделирования состоит из трёх задач:

- построения модели (эта задача менее формализуема и конструктивна, в том смысле, что нет единого алгоритма для построения моделей);
- исследования модели (эта задача более формализуема, уже имеются методы исследования моделей различных классов);
- использования модели (конструктивная и конкретизируемая задача).

Наиболее важными типами моделей считаются:

- модель статическая, если среди параметров, участвующих в описании модели, нет временного параметра. Статическая модель в каждый момент времени даёт лишь «фотографию» системы, её срез;
- модель динамическая, если среди параметров модели есть временной параметр, т.е. она отображает систему (процессы в системе) во времени;
- модель дискретная, если она описывает поведение системы только в дискретные моменты времени;

- модель непрерывная, если она описывает поведение системы для всех моментов времени из некоторого изучаемого промежутка;
- модель имитационная, если она предназначена для испытания или изучения, проигрывания возможных путей развития и поведения объекта путём варьирования некоторых или всех параметров модели;
- модель детерминированная, если каждому входному набору параметров соответствует вполне определённый и однозначно определяемый набор выходных параметров; в противном случае модель недетерминированная или стохастическая (вероятностная);
- модель теоретико-множественная, если представляется с помощью некоторых множеств и отношений принадлежности им и между ними;
- модель логическая, если она представляется логическими функциями;
- модель игровая, если она описывает, реализует некоторую игровую ситуацию между участниками игры (лицами, коллективами);
- модель алгоритмическая, если она описана некоторым алгоритмом или комплексом алгоритмов, определяющим её функционирование, развитие;
- модель языковая, лингвистическая, если она представлена некоторым лингвистическим объектом, формализованной языковой системой или структурой. Иногда такие модели называют вербальными, синтаксическими и т.п.;
- модель визуальная, если она позволяет визуализировать отношения и связи моделируемой системы, особенно в динамике;
- модель натурная, если она представляет собой материальную копию объекта моделирования;
- модель геометрическая, графическая, если она представлена геометрическими образами и объектами.

Тип модели зависит от информационной сущности моделируемой системы, от связей и отношений её подсистем и элементов, а не от её физической природы.

Границы между моделями различных типов или же отнесение модели к тому или иному типу часто весьма условны. Можно говорить о различных режимах использования моделей – имитационном, стохастическом и т.д.

Все основные типы моделей, возможно за исключением некоторых натуральных, представить в виде системно-информационных (инфосистемных) и информационно-логических (инфологических). В узком понимании информационная модель – это модель, описывающая, изучающая, актуализирующая информационные связи и отношения в исследуемой системе. В ещё более узком понимании информационная модель – это модель, основанная на данных, структурах данных, их информационно-логическом представлении и обработке. Как широкое, так и узкое понимание информационной модели необходимы, определяются решаемой проблемой и доступными для её решения ресурсами, в первую очередь информационно-логическими.

Основными свойствами любой модели являются:

- конечность – модель отображает оригинал лишь в конечном числе его отношений и, кроме того, ресурсы моделирования конечны;
- упрощённость – модель отображает только существенные стороны объекта и, кроме того, должна быть проста для исследования или воспроизведения;
- приближительность – действительность отображается моделью грубо, или приблизительно;
- адекватность моделируемой системе – модель должна успешно описывать моделируемую систему;
- наглядность, обозримость основных свойств и отношений;
- доступность и технологичность для исследования или воспроизведения;
- информативность – модель должна содержать достаточную информацию о системе (в рамках гипотез, принятых при построении модели) и давать возможность получить новую информацию;
- сохранение информации, содержащейся в оригинале (с точностью рассматриваемых при построении модели гипотез);
- полнота – в модели должны быть учтены все основные связи и отношения, необходимые для обеспечения цели моделирования;
- устойчивость – модель должна описывать и обеспечивать устойчивое поведение системы, если даже та вначале является неустойчивой;
- замкнутость – модель учитывает и отображает замкнутую систему необходимых основных гипотез, связей и отношений.

Подобие и моделирование в научных исследованиях

Методы теории подобия и моделирования широко применяются в различных научных исследованиях.

Моделирование можно определить как метод практического или теоретического опосредованного оперирования объектом. При этом исследуется не сам объект, а промежуточный вспомогательный, находящийся в некотором объективном соответствии с самим познаваемым объектом и способный на отдельных этапах познания представлять в определённых отношениях изучаемый объект, а также давать при исследовании модели информацию об объекте.

При моделировании важна та помощь, которую оно оказывает при определении качественных и количественных свойств явлений одинаковой физической природы и явлений, разнородных по своей физической сущности. Таким образом, при моделировании всегда должны присутствовать некоторые соотношения, устанавливающие условия перехода от модели к исследуемому объекту (оригиналу). Такие соотношения носят название масштабов.

Моделирование включает научные исследования, направленные на решение общеполитических и общенаучных проблем, во-первых, так и на решение конкретных научно-технических задач, во-вторых, где моделирование выступает как инструмент исследования. Приёмы анализа и аппарат решения при этом различны, но метод одинаково требует установления критериев подобия, т.е. словесной или математической формулировки тех условий, при которых модель может считаться закономерно отражающей (в том или ином смысле) оригинал.

Подобие явлений, характеризующееся соответствием (в частном случае пропорциональностью) величин, участвующих в изучаемых явлениях, происходящих в оригиналах и в моделях, по степени соответствия параметров модели и оригинала может быть трёх видов.

Абсолютное подобие, требующее полного тождества состояний или явлений в пространстве и времени, представляет собой абстрактное понятие, реализуемое только умозрительно.

Полное подобие – подобие тех процессов, протекающих во времени и пространстве, которые достаточно полно для целей данного исследования определяют изучаемое явление.

Неполное подобие связано с изучением процессов только во времени или только в пространстве.

Приближённое подобие реализуется при некоторых упрощающих допущениях, приводящих к искажениям, заранее оцениваемым количественно.

Виды моделей

Теория подобия и моделирования, являющаяся, в сущности, теорией постановки и обработки, проводимых экспериментальных и аналитических исследований, способна в значительной мере разрешить многие возникающие при этом трудности. Однако подобие и моделирование не могут становиться и не стали отдельной (специальной) наукой, хотя в гносеологическом плане выделяют некоторые общие свойства, присущие всем моделям. Эти свойства заключаются в наличии некоторой структуры статической и динамической, которая подобна или рассматривается в качестве подобной структуры другой системы.

Любая модель, таким образом, это естественный или искусственный объект, находящийся в соответствии с изучаемым объектом или какой-либо из его сторон. В процессе изучения модель служит относительно самостоятельным «квазиобъектом», позволяющим получить при его исследовании некоторые знания о самом изучаемом объекте. Модели всех видов постепенно приобретают всё большее значение, позволяя проводить научные исследования различных процессов, уточнять теорию работы различных установок, проверять выводы и получать более полное и наглядное представление, чем это можно было бы сделать только на основании расчёта. Модели имеют большое значение с точки зрения обучения, позволяя неоднократно воспроизводить аварийные режимы машин, аппаратов и систем, изучая при этом их в ускоренном времени, необходимом для получения нужного опыта. Модели обеспечивают обработку психологической совместимости новых машин, аппаратов и систем, и человека.

Концептуальные модели предполагают разработку и использование моделей, формируемых наблюдением в процессе обучения и наблюдения за объектом во время его функционирования. Модели позволяют оценивать значимость свойств целостности, выявлять свойства системы и приходить в некоторое состояние, определяемое её собственной структурой. Иногда

выделяют логические модели, которые строятся с помощью аппарата математической логики, а формальное построение используется далее для содержательной их интерпретации.

Кибернетические модели основываются на получении соотношений между входными и выходными функциями для некоего чёрного ящика, представляющего изучаемое явление, без раскрытия его внутренней структуры.

Квазианалоговые модели и электронные модели занимаются синтезом целей, являющихся моделями различных объектов, имеют особенно большое значение в настоящее время при решении задач, возникающих при проектировании и эксплуатации больших систем технического назначения.

Электронное моделирование позволяет успешно решать задачи объектов и явлений путём создания модели из комбинированных операционных блоков и проведения синтеза моделей. Набор универсальных комбинационных операционных блоков позволяет создавать универсальные и специализированные аналоговые машины, связанные с универсальными цифровыми вычислительными машинами.

В последнее время много внимания уделяется задачам синтеза в отличие от задач анализа. Синтез требует не просто определения характера процесса при заданных его начальных условиях, но определения таких воздействий на систему (и такое её моделирование), при которых удалось бы выявить характер и величину воздействий, обеспечивающих в данной системе такой характер процессов, который желательно придать процессам в проектируемой или уже функционирующей системе.

Модель открывает большие возможности проверять предпосылки различных соотношений и допущений, принятых при математическом описании различных процессов, возникающих в аварийных условиях, и воспроизводить все действия персонала в условиях, близких к естественным, необходимых для устранения аварийных ситуации, т.е. осуществить психологическое моделирование операций. Подобие и моделирование не только не находятся в противоречии с аналитическими методами, применяемыми вычислительные машины, но, напротив, подкрепляют их, обеспечивая проверку аналитических методов, способствуя уверенности в их применениях. Различают физическое и математическое моделирование.

При физическом моделировании физика явлений в объекте и модели и их математические зависимости одинаковы.

При математическом моделировании физика явлений может быть различной, а математические зависимости одинаковыми. Чем ближе модель к оригиналу, тем удачнее она описывает объект, тем эффективнее теоретическое исследование и тем ближе полученные результаты к принятой гипотезе исследования.

По виду представляемого объекта различают модели физические, математические, натурные.

Физические модели позволяют наглядно представлять протекающие в природе процессы. С помощью физических моделей можно изучать влияние отдельных параметров на протекание физических процессов.

Математические модели позволяют количественно исследовать явления, трудно поддающиеся изучению на физических моделях.

Натурные модели представляют собой масштабно изменённые объекты, позволяющие наиболее полно исследовать процессы, протекающие в натуральных условиях.

Стандартных рекомендаций по выбору и построению моделей не существует. При построении модели необходимо учитывать особенности исследуемого явления: линейность и нелинейность, детерминированность и случайность, непрерывность и дискретность и др.

В теоретических исследованиях применяют модели аналоги и модели подобия. Основываясь на подобии или аналогии объектов, процессов и т.п., изучают теоретическим путём явления на модели, а затем с помощью соответствующего математического аппарата устанавливают закономерности в природе.

Здесь есть свои сложности. При использовании математических моделей чтобы из всей совокупности объектов и событий найти частное решение, присущее лишь данному процессу, необходимо задать условие однозначности. Установление краевых (граничных) условий требует проведения достоверного опыта и тщательного анализа экспериментальных данных. Неправильное принятие краевых условий приводит к тому, что подвергается теоретическому анализу не тот процесс, который планируется, а видоизменённый.

Экспериментальные методы позволяют глубоко изучить процессы в пределах точности техники эксперимента и сконцентрировать внимание на тех параметрах процесса, которые представляют наибольший интерес. Однако результаты конкретного эксперимента не могут быть распространены на другой процесс, даже близкий по физической сущности. Из опыта невозможно окончательно установить, какие из параметров оказывают решающее влияние на ход процесса, и как будет протекать процесс, если изменять различные параметры одновременно.

Таким образом, надо сочетать и аналитические, и экспериментальные методы.

На этом основаны методы сочетания аналитических способов исследования с экспериментальными методами аналогии, подобия и анализа размерностей, которые являются разновидностью методов моделирования

Сущность метода аналогии состоит в том, что рассматривают процессы, которые имеют идентичные математические выражения.

Теория подобия - это учение о подобии явлений. Она применяется тогда, когда зависимости между переменными невозможно установить решением дифференциальных уравнений. Тогда проводят предварительный эксперимент и составляют уравнение, решение которого можно распространить за пределами границ эксперимента.

В ряде случаев встречаются процессы, которые не могут быть непосредственно описаны дифференциальными уравнениями. Зависимость между переменными величинами в таких процессах можно установить лишь экспериментально. Чтобы ограничить эксперимент и отыскать связь между основными характеристиками процесса, эффективно применять метод анализа размерностей, который сочетает теоретические исследования с экспериментальными и позволяет составить функциональные зависимости в критериальном виде.

Математические модели

Математическими моделями (ММ) называют комплекс математических зависимостей и логических выражений, отображающих существенные характеристики изучаемого явления (процесса).

Математические зависимости устанавливают зависимость между известными и искомыми величинами.

$$y = \sum_{i=1}^n c_i x_i \quad - \text{линейная зависимость}$$

где c_i - параметр; x_i - переменные; y_i - искомая величина.

$$y = \int_b^a f(x) dx \quad - \text{интеграл для вычисления площади, работы, скорости и т.д.}$$

$y' = f'(\varphi) = 0$ - математическая модель отыскания экстремума функции $f(\varphi)$.

При построении ММ изучаемой системы выделяют те ее особенности, которые 1) содержат более или менее полную информацию о системе, а 2) допускают математическую формализацию.

Математическая формализация означает, что особенностям системы можно поставить в соответствие подходящие адекватные математические понятия: числа, функции, матрицы и т.д. Тогда связи и отношения, обнаруженные и предполагаемые в изучаемой системе между ее составными частями можно записать с помощью математических отношений: равенств, неравенств, уравнений. В результате получается математическое описание изучаемой системы, т.е. ее математическая модель.

Математическая модель - модель, использующая для описания свойств и характеристик исследуемой системы математические символы и методы.

Математическая модель должна быть достаточно точной, адекватной и удобной для использования.

Математическое моделирование - процесс изучения объекта исследования путем создания его математической модели и использования ее для получения полезной информации.

Математическое моделирование - необходимый этап, предшествующий компьютерному моделированию.

Компьютерная модель - знаковая модель, записанная в форме, которую компьютер способен распознать и преобразовать в электрические сигналы,

произвести над ней арифметические и логические действия, а затем выдать результат на языке, понятном человеку.

Преимущества математических моделей (математического моделирования) перед другими заключаются:

- а) в низкой стоимости их создания;
- б) в быстром получении результатов исследования;
- в) в возможности проведения расчетных экспериментов и проверки правильности построения модели.

К недостаткам математических моделей следует отнести то, что они абстрактны.

Математические модели можно классифицировать по ряду признаков.

Детерминированными - называют такие модели, в которых значения параметра и переменных величин предполагаются заданными и достоверными при жестких связях.

Стохастические модели - описывают случайные процессы, т. е. процессы, протекающие под действием случайных факторов (задачи теории вероятности - вероятностные законы, теория массового обслуживания).

Классификация математических моделей в зависимости от методов их компьютерной реализации:

1 Аналитические - решения получаются в абстрактном виде, т.е. подстановка чисел вместо символов производится уже после того, как будет получено решение.

1.1 Алгебраические - модели, в которых используется конечно число арифметических операций, операций возведения в целочисленную степень и извлечения корня.

1.2 Приближенные - модели, содержащие формулы с показательными, логарифмическими, тригонометрическими и т.п. функциями, предполагающими приближенные вычисления на ЭВМ путем разложения в бесконечный ряд.

2 Алгоритмические - используются для изучения сложных систем.

2.1 Численные - модель упрощается, например, переходом от системы дифференциальных уравнений к системе линейных уравнений.

2.2 Имитационные - математические соотношения для исследуемой системы вообще не записываются, а заменяются некоторым алгоритмом, моделирующим ее поведение.

Классификация математических моделей (и исследуемых систем) в зависимости от возможности исследователя управлять ими:

1 Управляемые - предоставляют исследователю возможность выбора не только варианта функционирования, но и поставленных целей (например, максимизация прибыли, минимизация затрат и т.п.).

1.1 Оптимизационные - поиск управления, обеспечивающего наилучшие (оптимальные) значения выбранного показателя (критерия), при заданных ограничениях.

1.2 Неоптимизационные - поиск управления, переводящего систему из неустойчивого положения в устойчивое.

2 Наблюдаемые - позволяют исследователю только фиксировать и анализировать состояние системы, но не влиять на него.

Классификация математических моделей по характеру режимов:

1 Статическая - модель, включающая описание связей между основными переменными исследуемой системы в установившемся режиме без учета изменения параметров во времени.

2 Динамическая - модель, описывающая связи между основными переменными исследуемой системы при переходе от одного режима к другому.

Классификация математических моделей по типу состояний:

1. Непрерывная - модель, в которой переменные принимают значения из некоторого промежутка.

2. Дискретная - переменные принимают изолированные значения.

3. Смешанная.

4. Линейная модель - все функции и отношения, описывающие модель линейно зависят от переменных.

ЛЕКЦИЯ 2. ОПТИМИЗАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Современное производство во всех отраслях народного хозяйства требует широкого использования методов оптимизации. Размерность производственных оптимизационных задач, как правило, велика, поэтому решать их целесообразно на ЭВМ. Одна и та же задача может быть решена различными методами одновременно, в то время, когда разные задачи могут решаться одним методом. В любом случае должны послужить оптимальные (как выгоднейшие) показатели производственного процесса. На сегодняшний момент с точки зрения именно рассмотрение оптимизации транспортного процесса наибольшее распространение получили так называемые экономико-математические методы или как их еще называют исследование операций.

Все методы оптимизации условно можно разделить на классические и современные.

К классическим методам относят:

- методы дифференциального исчисления;
- численные методы;
- методы условной и безусловной оптимизации;
- методы перебора вариантов.
- К современным методам можно отнести:
- линейное программирование;
- нелинейное программирование;
- динамическое программирование;
- стохастическое программирование;
- теория массового обслуживания;
- сетевое планирование;
- теория игр;
- теория планирования эксперимента.

Наиболее разработанными для применения в планово-экономических расчетах являются методы линейного программирования, когда целевая функция и все ограничения являются линейными функциями.

К задачам нелинейного программирования относятся такие, в которых целевая функция или ограничения, а иногда то и другое отражены в нелинейной форме, т.е. переменные в соответствующие выражения входят в степени выше первой.

Слово нелинейное показывает, что соответствующие задачи в этом случае описываются нелинейными уравнениями. Свойство нелинейности состоит в том, что результат взаимодействия нескольких факторов не равен простой алгебраической сумме их действия. Например, если планировать одновременную работу на посту технического обслуживания автомобилей двух рабочих, то их производительность будет одна, а если четырех - она может быть и меньше из-за недостаточности фронта работ.

Динамическое программирование используется при решении экономических задач, параметры которых изменяются во времени, т.е. имеют динамический характер. Процесс решения таких задач распадается на несколько этапов. На каждом этапе определяется оптимальное решение для части неизвестных, которое и служит исходным условием для определения оптимального решения следующего этапа. Оптимальный план последнего этапа является оптимальным решением всей задачи динамического программирования.

Например, при планировании строительства автотранспортных предприятий необходимо определить, какие из них следует реконструировать, расширить и построить в каждом году пятилетнего периода.

Целочисленность в математическом программировании означает получение решения только в целых числах.

В стохастических моделях исходят из вероятностной трактовки экономического процесса и его параметров. Каждой входящей в модель величине приписывается не одно какое-либо число, а указываются только вероятностный закон распределения ее значения и характеристики такого распределения (математическое ожидание, дисперсия и т.п.).

Одним из методов, целиком базирующихся на теории вероятностей, является метод корреляционного анализа. Корреляционный анализ позволяет исследовать взаимосвязи экономических показателей и, что очень важно, оценить силу этой связи. При этом исходят из того, что изучаемое явление имеет случайный, вероятностный характер и подчинено соответствующим статистическим законам. С помощью корреляционного анализа можно построить математическую модель закономерности изменения основного показателя в связи с изменением факторов, на него влияющих. Эту

закономерность называют регрессией, а анализ ее свойств - регрессионным анализом.

Методы теории массового обслуживания применяются там, где возникает потребность в массовом обслуживании. Например, автомобильные перевозки можно рассматривать как систему массового обслуживания; работа пунктов погрузки также основана на принципах теории массового обслуживания и т.д. Общей особенностью задач, связанных с массовым обслуживанием, является случайный характер исследуемого процесса. Число требований на обслуживание и временные интервалы между их поступлением носят случайный характер, их нельзя предсказать с однозначной определенностью. Однако в совокупности множество таких требований подчиняется определенным статистическим закономерностям, количественное изучение которых и является предметом теории массового обслуживания. Под качеством обслуживания понимается своевременное обслуживание поступивших в систему требований. Основными показателями эффективного обслуживания считаются длина очереди, время ожидания в очереди, процент отказов в обслуживании, число простаивающих аппаратов обслуживания. Перечень этих показателей дает представление о характере решаемых задач.

Практически все методы исследования операций не позволяют получить решение в замкнутой (в виде формул) форме. Напротив, они порождают вычислительные алгоритмы, которые являются итерационными по своей природе. Это означает, что задача решается последовательно (итерационно), когда на каждом шаге (итерации) получаем решения, постепенно сходящиеся к оптимальному. Итерационная природа алгоритмов обычно приводит к объемным однотипным вычислениям. В этом и заключается причина того, что эти алгоритмы разрабатываются, в основном, для реализации с помощью вычислительной техники.

Некоторые математические модели могут быть такими сложными, что их невозможно решить никакими доступными методами оптимизации. В этом случае остается только эвристический подход: поиск подходящего «хорошего» решения вместо оптимального. Эвристический подход предполагает наличие эмпирических правил, в соответствии с которыми ведется поиск подходящего решения.

Основные понятия и общая постановка задач исследования операций

Первые формальные разработки по исследованию операций были инициированы в Англии во время Второй мировой войны, когда команда британских ученых сформулировала и нашла решение задачи наиболее эффективной доставки военного снаряжения на фронт. После окончания войны эти идеи были перенесены в гражданскую сферу для повышения эффективности и продуктивности экономической и производственной деятельности. Сегодня теория исследования операций является основным и неотъемлемым инструментом для принятия решений в самых разнообразных областях человеческой деятельности.

Краеугольным камнем исследования операций является математическое моделирование. Хотя данные, полученные в процессе исследования математических моделей, являются основой для принятия решений, окончательный выбор обычно делается с учетом многих других «нематериальных» (не имеющих числового выражения) факторов (таких как человеческое поведение), которые невозможно отобразить в математических моделях.

Операция – это любое мероприятие или их система, которое направлено на достижение какой-либо цели и объединено общей идеей.

Примером может служить система мероприятий, направленная на повышение эффективности процессов ТО и ремонта автомобилей или мероприятия, направленные на совершенствование системы перевозки пассажиров или доставки грузов.

Здесь также следует отметить, что операция – это всегда управляемое мероприятие, то есть мы можем влиять на исход операции, изменяя параметры.

Эти параметры, которые характеризуют мероприятие, и которые мы можем менять, принято называть решением.

Оптимальное решение – это решение, которое по тем или иным причинам предпочтительнее других.

Допустимое решение – это любой элемент множества решений, которые удовлетворяют тем или иным критериям.

Допустимое решение может быть оптимальным, а оптимальное всегда должно быть допустимым.

Оптимальное решение выбирается из допустимых решений на основании критерия оптимальности, называемого целевой функцией.

Эффективность операции – это степень ее приспособленности к выполнению стоящей перед ней задачи.

В общем случае первым шагом в построении моделей является определение альтернатив, или переменных решения. Далее переменные решения используются для создания целевой функции и ограничений модели. Законченную типичную математическую модель исследования операций схематически можно представить следующим образом: максимизация или минимизация целевой функции при условии выполнения ограничений.

В моделях исследования операций понятие «оптимальности» решений определяется с учетом соответствия этого решения множеству ограничений. Это означает, что качество конечного решения, сделанного на основе решения задачи, зависит от адекватности представления моделью реальной ситуации, которую она формально описывает посредством ограничений. Такое решение будет условно оптимальным (или локально оптимальным) для реальной ситуации. Таким образом, конкретное оптимальное решение является наилучшим только для этой модели. Чем модель лучше отображает реальную ситуацию, тем ближе решение этой задачи к оптимальному.

Целевая функция. Критерии оптимизации.

Целевая функция (критерий оптимальности) – это признак, на основании которого производится сравнительная оценка допустимых решений и выбор оптимального решения.

Исходя из выбранной целевой функции, принимается одно или несколько допустимых решений, которое и будет оптимальным.

В качестве целевой функции может выбираться как характеристика исхода операции (например, минимальные затраты), так и вероятность события.

Задача, когда целевую функцию максимизируют, называется задачей максимизации, а когда минимизируют – задачей минимизации.

При решении оптимизационных задач первоначально надо установить математическую модель (математическую зависимость) вида $W = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ изучаемого процесса. При этом она должна адекватно отображать его свойства.

В дальнейшем математическую зависимость выше указанного вида, которую необходимо исследовать на оптимальность, будем называть целевой функцией.

Если в показатель целевой функции W вложен физический смысл, то его вместе с целевой функцией называют критерием оптимизации (критерий эффективности).

Одним из важнейших вопросов оптимизационного моделирования производственных процессов является выбор критерия оптимизации и описывающей его целевой функции.

Выбор критерия оптимизации (эффективности) зависит от масштаба решаемой задачи.

Различают частные и общие критерии оптимизации. Общие критерии, как правило, характеризуют народнохозяйственный эффект предприятия (прибыль, себестоимость, рентабельность и т.д.). Частные критерии - отдельные стороны производственного процесса (затраты живого труда, зарплата и т.д.).

Чтобы выбрать оптимальный вариант плана, надо определить такие значения переменных, при которых наилучшим образом удовлетворялась бы заранее заданная определенная цель. Такой целью может быть, достижение наименьших транспортных издержек при доставке продукции потребителям от поставщиков или достижение максимальной производительности подвижного состава при выполнении этих перевозок и т. п. Степень достижения цели решения плановой задачи определяется с помощью критерия, который должен быть вполне определенным количественным показателем, т. е. должен быть выражен числом. План будет оптимальным в том случае, если численные значения переменных будут удовлетворять всем заданным условиям и при этом критерий оптимальности примет максимальное или минимальное значение.

В математической форме задача оптимального планирования может быть сформулирована следующим образом. Существует система величин, о которых известно, что они могут принимать различные значения в заданных пределах. Требуется найти такие значения этих величин, которые оптимизируют выбранный критерий, являющийся их функцией.

Принцип определения оптимума лучше всего пояснить на примере следующей простейшей условной задачи: требуется определить оптимальное

значение некоторой величины x , от которой зависит определенный хозяйственный результат, причем известен характер этой зависимости. Например, пусть известно, что удельные затраты на техническое обслуживание и ремонт автомобиля будут расти прямо пропорционально времени его эксплуатации. Оптимальному значению величины срока эксплуатации автомобиля будет соответствовать такая величина суммарных издержек, при которой эти затраты будут - минимальны

Как правило, обычными методами путем сравнения результатов расчета каждого варианта невозможно выбрать наилучший, так как это, даже при использовании для расчетов быстродействующих электронных вычислительных машин, займет столь много времени, что использовать результаты этих расчетов будет, уже невозможно. В последние годы разработаны и продолжают разрабатываться математические методы планирования, которые позволяют найти решение не путем перебора и сравнения на оптимальность всех возможных вариантов, а путем применения определенных математических действий, которые рядом последовательных приближений (итераций) приводят к окончательному оптимальному решению. Это значительно сокращает трудоемкость расчетов, и становится возможным использование их результатов для планирования.

Человеческий ум обладает огромными достоинствами по сравнению с любой машиной. Благодаря интуиции была решена «проблема коммивояжера». Эта известная математическая проблема, долго ставившая в тупик математиков, в одном из вариантов формулировалась так: коммивояжер, выезжая из Вашингтона, должен посетить 48 главных городов штатов и вернуться в Вашингтон по кратчайшему пути. Число возможных маршрутов составляет 10^{62} . Сотрудники института РЭНД (США) с помощью булавок и ниток и своей интуиции открыли кратчайший маршрут, способствовали возникновению и развитию методов динамического программирования.

В настоящее время разработаны методы получения оптимальных планов при решении следующих задач планирования грузовых автомобильных перевозок:

- закрепление потребителей за поставщиками однородной или взаимозаменяемой продукции с целью минимизации транспортных затрат;
- планирование нулевых пробегов, т. е. пробегов подвижного состава от автотранспортного предприятия к первому пункту погрузки и от

последнего пункта разгрузки до автотранспортного предприятия. Разновидностью этой задачи является задача размещения различных типов и марок автомобилей по автотранспортным предприятиям;

- маршрутизация перевозок массовых грузов (увязка ездов) для обеспечения минимального порожнего пробега автомобилей;
- планирование развозных и сборных маршрутов при перевозке мелких партий грузов, обеспечивающее минимальный пробег автомобилей при объезде пунктов получения (или отправления) груза;
- распределение подвижного состава и погрузочно-разгрузочных средств по маршрутам с целью максимального использования их рабочего времени.

В последние годы математические методы начинают применяться и на пассажирском автомобильном транспорте. С их помощью производится закрепление автобусных парков за автобусными маршрутами, разрабатываются оптимальные схемы автобусных маршрутов в городах, рассчитываются расписания движения автобусов по маршрутам. Делаются попытки использовать математические методы для определения потребности городского населения в таксомоторном транспорте. Математические методы начинают применяться и в планировании себестоимости автомобильных перевозок и накладных расходов автотранспортных предприятий.

Классификация задач исследования операций

В задачах по исследованию операций рассматриваются детерминированные, вероятностные и индетерминированные системы. К детерминированным относятся системы, в которых процессы взаимосвязаны так, что можно проследить цепь причин и следствий (например, системы автоматического управления). Детерминированные системы в статическом состоянии описываются алгебраическими, а в динамическом - дифференциальными или интегральными уравнениями.

Статической называется задача исследования операций, в которой принятие решений происходит в заранее известном и не меняющемся во времени информационном состоянии «лица, принимающего решения». В этом случае вся процедура принятия решений может быть реализована за один шаг.

Динамическая задача – это задача исследования операций, в которой информационное состояние «лица, принимающего решения» изменяется во времени.

Например, составление перспективного плана развития предприятия. Параметры развития предприятия изменяются во времени, а сам процесс распадается на ряд этапов – шагов (например, шаг равен году).

В этом случае целесообразно применить поэтапную (многошаговую) процедуру принятия решений.

К вероятностным (стохастическим) относятся системы, в которых нет четкого соотношения между входами и выходами и можно установить некоторые вероятностные соотношения с применением математического аппарата теории вероятностей, теории надежности, теории массового обслуживания и т. п. Например, известно, что система безопасности эффективна в 95 % случаев, то есть вероятность безотказной работы $P = 0,95$.

Индетерминированными системами считаются такие, которые состоят из детерминированных подсистем со случайными связями между ними (например, движущийся автомобиль по дороге со случайным характером расположения неровностей).

Во всех системах, несмотря на их значительные отличия, есть много общего в самой постановке задачи: имеются конкретные мероприятия, преследующие определенную цель и заданные конкретные условия, характеризующие обстановку данного мероприятия. Исходя из поставленных условий, необходимо найти количественное обоснование наиболее предпочтительного или оптимального решения. В этом и состоит основная задача исследования операций. Уровень организации операций должен оцениваться ее эффективностью, т. е. степенью соответствия операции тем требованиям, которые к ней предъявляются. Для количественной оценки эффективности операций введены показатели эффективности (целевые функции, критерии оценки), которые зависят, прежде всего, от характерных особенностей операций. Показателем может быть прибыль, производительность, себестоимость, минимальные затраты, минимальное время движения, вероятность нахождения автомобилей в технически исправном состоянии и др.

Каждый показатель (критерий) должен отвечать следующим требованиям: быть представительным по отношению к основной задаче

функционирования системы, критичным к исследуемым параметрам, достаточно простым и включать в себя результаты всех основных процессов анализируемой операции. Желательно, чтобы критерий был единственным, так как при наличии двух и более критериев исследование сильно усложняется или становится невозможным. Очень важным свойством выбранного критерия является критичность, сущность которого состоит в значительных изменениях численных значений критерия при небольших изменениях исследуемых параметров. Поскольку в исследовании операций рассматриваются случайные процессы, критерий обычно является случайной величиной. В связи с этим, как правило, определяют математическое ожидание критерия и ищут его минимум или максимум.

Основные этапы оптимизационного моделирования

Основными этапами оптимизационного моделирования являются следующие:

1 Постановка задачи.

Она включает в себя обследование объекта (процесса), изучение факторов, влияющих на исследуемый объект, выявление существенных факторов, формулировку задачи, описание возможных альтернативных решений, определение целевой функции, построение системы ограничений, налагаемых на возможные решения.

2 Построение математической модели.

Построение математической модели означает перевод формализованной задачи, описание которой получено на предыдущем этапе, на четкий язык математических отношений. Если получена одна из стандартных математических моделей, например, модель линейного программирования, то решение обычно достигается путем использования существующих алгоритмов. Если же результирующая модель очень сложная и не приводится к какому-либо стандартному типу моделей, то команда исследования операций может либо упростить ее, либо применить эвристический подход, либо использовать имитационное моделирование. В некоторых случаях комбинация математической, имитационной и эвристической моделей может привести к решению исходной проблемы..

3 Нахождение метода решения.

Наиболее простой из всех этапов реализации методов исследования операций, так как здесь используются известные алгоритмы оптимизации. Важным аспектом этого этапа является анализ чувствительности полученного решения. Это подразумевает получение дополнительной информации о поведении «оптимального» решения при изменении некоторых параметров модели. Анализ чувствительности особенно необходим, когда невозможно точно оценить параметры модели. В этом случае важно изучить поведение оптимального решения в окрестности первоначальных оценок параметров модели.

4 Проверка и корректировка модели.

Здесь проверяется соответствие математической модели реальному процессу.

Проверка адекватности модели предполагает проверку ее правильности, то есть определения того, соответствует ли поведение модели в конкретных ситуациях поведению исходной реальной системы. Но сначала команда аналитиков исследования операций должна удостовериться, что модель не содержит «сюрпризов». Другими словами, надо убедиться, что решение, полученное в рамках построенной модели, имеет смысл и интуитивно приемлемо. Формальным общепринятым методом проверки адекватности модели является сравнение полученного решения (поведения модели) с известными ранее решениями или поведением реальной системы.

Модель считается адекватной, если при определенных начальных условиях ее поведение совпадает с поведением исходной системы при тех же начальных условиях. Конечно, это не гарантирует, что при других начальных условиях поведение модели будет совпадать с поведением реальной системы. В некоторых случаях в силу разных причин невозможно прямое сравнение модели с реальной системой или сравнение решений, полученных в рамках этой модели, с известными решениями (например, из-за отсутствия таких данных). В такой ситуации для проверки адекватности математической модели можно использовать имитационное моделирование, то есть сравнивать поведение математической и имитационной моделей.

5. Решение задачи и ее реализация на практике.

Размерность производственных задач автомобильного транспорта, как правило, велика, поэтому решать их целесообразно на ЭВМ. Если в качестве

обработки данных выступает ЭВМ, то решение задачи можно разбить на следующие отдельные этапы

Первый этап (постановка задачи) заключается в изучении исследуемого явления, формулировке задачи и целей ее решения.

Определяются исходные данные и ожидаемые результаты (их содержание, объем, достоверность описываемого явления).

Этот этап заканчивается словесным описанием задачи.

Первый этап непосредственно связан со вторым «Математическая формулировка задачи». В итоге второго этапа должна быть получена математическая модель.

На третьем этапе «Разработка метода решения» производится выбор целесообразного (оптимального) математического метода решения поставленной задачи.

Результат - математическое описание выбранного метода решения.

Четвертый этап - «Составление алгоритма решения» задачи. Здесь производится детальный анализ выбранного метода решения. Составляется с необходимой степенью детализации с помощью блок - схемы.

Этап «Программирование» состоит в записи разработанного алгоритма на одном из языков программирования.

Этапы 5, 6, 7 соответствуют этапу отладки программы на ЭВМ. Программа вводится в ЭВМ и обрабатывается специальной программой - транслятором, которая переводит программу с языка программирования на язык конкретной ЭВМ. Транслятор диагностирует все ошибки, связанные с записью программы на языке программирования. Ошибки исправляются и вновь отдаются транслятору на обработку.

Когда будут исправлены все ошибки, транслятор строит машинную программу. На данном этапе производится счет по специально подготовленным контрольным примерам, поиск и исправление ошибок.

После получения правильных результатов по всем контрольным примерам программа считается отлаженной и готовой к эксплуатации.

Этап «решения задачи» заключается в получении результатов для различных вариантов исходных данных. Этот этап является регулярным счетом по программе. Для каждой готовой программы должна быть написана соответствующая инструкция по эксплуатации.

ЛЕКЦИЯ 3. МОДЕЛИ ЛИНЕЙНОГО И ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Линейное программирование - раздел математического программирования, который применяется при разработке методов отыскания экстремума целевой функции нескольких переменных при линейных дополнительных ограничениях, налагаемых на переменных.

Линейное программирование (ЛП) успешно применяется в военной области, индустрии, сельском хозяйстве, транспортной отрасли, экономике и даже в социальных науках. Широкое использование этого метода также подкрепляется высокоэффективными компьютерными алгоритмами, реализующими данный метод. На алгоритмах линейного программирования (учитывая их компьютерную эффективность) базируются оптимизационные алгоритмы для других, более сложных типов моделей и задач исследования операций, включая целочисленное, нелинейное и стохастическое программирование.

Задачи линейного программирования (ЗЛП) отличаются от всех прочих тем, что в математических моделях подобных задач используются так называемые линейные соотношения (уравнения и неравенства).

Математическая модель задачи линейного программирования включает в себя: линейную целевую функцию, линейные ограничения на используемые ресурсы, переменные величины.

Целевая функция строится на основе выбранного критерия оптимальности, в соответствии с которым решается вопрос о выборе оптимального варианта, путем сравнения различных возможных вариантов.

Ограничения определяют границы развития данной системы с точки зрения необходимых для этого ресурсов.

Переменные величины – искомые задачи линейного программирования.

Процесс решения задач линейного программирования многошаговый и заключается в том, что по определенным правилам выбирается начальный вариант решений, который затем с каждым последующим шагом улучшается, и конечный итог - это получение наилучшего с точки зрения критерия

оптимальности решения, обеспечивающего максимум или минимум целевой функции.

При решении задач линейного программирования прежде всего необходимо четко сформулировать цели (критерии) управляемой системы. Далее количественно формируем систему ограничений по ресурсам. После определения целевой функции и описания системы ограничений приступаем к нахождению оптимального решения.

Поскольку в транспортных задачах линейного программирования число неизвестных больше числа уравнений, аналитическое решение их практически невозможно. Часто приходится рассматривать значительное количество вариантов перевозок при наличии нескольких отправителей и получателей груза. Пренебрегать математическими методами оптимизации нельзя даже при решении самых простых задач.

Для решения сравнительно простых задач, когда результат зависит от двух, максимум трех переменных, применяются графические методы. При трех неизвестных графическое изображение можно выполнить в трех измерениях. Общий геометрический смысл задачи линейного программирования заключается в отыскании на прямой или многограннике точки, которая наиболее (или наименее) уклонена от прямой или плоскости. При решении подобных задач может быть различное количество ограничений, выраженных равенствами или неравенствами.

По математическому типу модели, зависящему от характера оптимизируемого процесса, различают задачи линейного программирования:

- линейные общего вида - все или часть переменных входит более чем в два ограничения. Для их решения применяются различные модификации симплекс-метода;
- транспортные - каждая переменная входит только в два уравнения системы ограничений. Для решения применяются специальные методы решения транспортных задач;
- линейные распределительные, в которых, подобно транспортным задачам, каждая переменная входит лишь в два ограничения. Эта особенность позволила разработать специализированные методы решения.

В зависимости от технико-экономической тематики различают задачи:

- оптимального использования стационарного оборудования, например, распределение программы нескольких видов работ между взаимозаменяемыми машинами;
- оптимального использования подвижного состава; оптимального использования материалов и топлива, в том числе оптимальный раскрой материала, оптимальный состав топливных смесей и т.п.
- оперативно-календарного планирования, в частности, разработка оптимальной последовательности выпуска разных изделий выполнения заказов и т.д. Эти задачи в большинстве случаев выходят за рамки линейных моделей, но иногда сводятся к ним;
- комплексной оптимизации текущего планирования, включая оптимальное определение программы выпуска продукции, выбор используемых производственных процессов из числа возможных, оптимальное распределение лимитированных ресурсов и т.д. Задачи этого типа требуют наибольших технических, организационных и экономических предпосылок для внедрения, развитых АСУ, гибкой системы управления, качественной информационной базы. В то же время потенциальный экономический эффект широкого использования моделей таких задач особенно велик.

По уровню управления различают задачи внутрипроизводственной, корпоративной, отраслевой и государственной оптимизации. Они неодинаковы как по тематике, так и по масштабам, что влияет на используемые методы. Так, например, отраслевая оптимизация требует применения иерархического принципа взаимодействия оптимизационных расчетов на уровнях предприятий, объединений и отраслей с использованием блочного программирования.

Методы решения ЗЛП разделяются на методы универсальные и специальные. С помощью универсальных методов могут решаться любые ЗЛП.

Специальные методы учитывают особенности модели задачи, ее целевой функции и системы ограничений.

Существует несколько методов решения ЗЛП, позволяющих выбрать оптимальный вариант из множества возможных решений: симплексный, распределительный, метод потенциалов, методы разрешающих множителей и слагаемых и др.

Есть методы, которые можно применять только к определенной форме записи. Поэтому приходится переходить от одной формы записи задачи к другой, ей эквивалентной. Это выполняется путем несложных математических преобразований, о которых говорилось ранее.

Динамическое программирование

Динамическое программирование - особый метод решения оптимизационных задач. Особенностью данного метода является то, что для нахождения оптимального решения задача разбивается на этапы (шаги) и оптимальное решение отыскивается постепенно шаг за шагом.

Возникновение динамического программирования связано с именем американского ученого Р. Беллмана, который в начале 50-х годов применил к ряду конкретных задач прием, названный впоследствии принципом оптимальности, заключающийся в последовательном (поэтапном) анализе процесса.

Многошаговым считается процесс, развивающийся во времени или пространстве и распадающийся на ряд «шагов» или «этапов». Некоторые процессы распадаются на шаги естественно (процесс планирования хозяйственной деятельности предприятий на определенный период времени, состоящий из нескольких лет; последовательность тестов, применяемых при контроле аппаратуры), другие процессы расчленяются на этапы искусственно.

Суть метода динамического программирования состоит в том, что вместо поиска оптимального решения сразу для всей сложной задачи находится оптимальное решение для нескольких более простых задач аналогичного содержания, на которые распадается исходная задача.

Задачи динамического программирования (планирования) относятся также к оптимизационным, в которых рассматриваются и анализируются многошаговые операции, развивающиеся во времени. На каждом «шаге» или «этапе» принимается определенное решение, от этого зависит успех всех последующих этапов и операций в целом. С помощью динамического программирования осуществляется планирование управляемых процессов.

Примером одной из наиболее распространенных задач указанного типа является задача о коммивояжере, который ставит перед собой цель выбрать такой маршрут движения из начального пункта в конечные, при котором бы ему удалось посетить их по одному разу и возвратиться в исходный пункт,

преодолев минимально возможное суммарное расстояние. Расстояния между отдельными пунктами известны. Эту задачу можно решить путем перебора и анализа всех возможных маршрутов. Рассмотрение всего множества вариантов весьма трудоемко. Известно, что количество перебираемых вариантов равно числу перестановок из t элементов, т. е. произведению $1, 2, 3, \dots, t$. Например, если автомобиль должен доставить груз со склада в 10 магазинов, то для выбора оптимального маршрута необходимо рассмотреть $10!$ вариантов маршрутов, т. е. 3 628 800 вариантов. В случае затраты 1 мин на оценку каждого маршрута потребуется около тридцати лет для решения этой задачи при работе одного человека. Задача значительно усложняется, если будет несколько складов. Тогда число вариантов увеличится на произведение количества складов. Задачи такого класса с трудом решаются даже при использовании современных ЭВМ. С целью экономии времени применяются решения, близкие к оптимальным. Например, известны методы дискретной оптимизации, получившие широкое распространение в «теории расписаний» (теории календарного планирования).

В общем виде задачи динамического программирования формулируются следующим образом. Необходимо из множества допустимых возможных управлений найти такое, при котором данная система переходит из начального состояния в конечное и показатель эффективности (целевая функция, «выигрыш») при этом обращается в максимум или минимум.

При решении задач динамического программирования рассматриваются: управляемая система, которая может менять свое состояние во времени; показатель эффективности, численно выражающий желание достичь определенной цели; начальное и конечное состояния системы, ограниченные некоторыми условиями.

Состояние управляемой системы описывается определенным количеством параметров (скорость движения автомобиля, производственные затраты, численность машин и рабочих и т. д.). Эти параметры - фазовые координаты системы. Состояние системы изображается точкой с этими координатами в условном фазовом пространстве (или пространстве состояний). При наличии одного параметра (например, скорость автомобиля) фазовое пространство будет одномерным, в случае двух параметров (например, скорость движения и расход топлива автомобиля) - двумерным, при трех параметрах - трехмерным.

Траектория перемещения точки изображает процесс управления. Пунктиром обозначаются области возможных состояний системы. При решении задач динамического программирования процесс перемещения точки из начальной области (точки) в конечную (точку) разбивается на ряд последовательных шагов. Оптимизация производится постепенно от шага к шагу, начиная с последнего. При этом на каждом шаге находятся условные оптимальные управления и из множества решений выбирается одно.

Поэтапное планирование многошагового процесса должно производиться так, чтобы при планировании каждого шага учитывалась не выгода, получаемая только на данном этапе, а общая выгода, получаемая по окончании всего процесса планирования, и именно относительно общей выгоды производится оптимальное планирование.

Этот принцип выбора решения в динамическом программировании является определяющим и называется принципом оптимальности Беллмана. Он формулируется следующим образом: оптимальная стратегия обладает тем свойством, что, каково бы ни было начальное состояние системы и решение, принятое в первоначальный момент, последующие решения должны составлять оптимальную стратегию относительно состояния, в котором система оказалась в данный момент. Если в настоящий момент выбрано не лучшее решение, то последствия этого нельзя исправить в будущем.

Типичными задачами динамического программирования являются задачи по распределению в начале года имеющихся средств между предприятиями с целью получения максимального суммарного дохода от их деятельности. Управление процессом состоит в распределении и перераспределении средств. Шаг управления - выделение средств в начале года. Можно сразу искать оптимальное решение, но проще искать его постепенно шаг за шагом.

ЛЕКЦИЯ 4. МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕТОДАМИ СЕТЕВОГО ПЛАНИРОВАНИЯ И ТЕОРИЯ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

Сетевое планирование и управление. При исследовании операций часто приходится решать сложные задачи планирования комплекса работ. Для решения таких задач применяются математические методы сетевого планирования и управления (СПУ). Такие системы называются АСОП (автоматизированные системы организации работ) и СПУ (сетевое планирование и управление). В США, например, широко распространена система под названием PERT (Program Evaluation and Review Technique - метод оценки и пересмотра планов).

В рамках теории исследования операций рассматривается большое количество практических задач, которые можно сформулировать и решить как сетевые модели. Недавние исследования показывают, что не менее 70 % реальных задач математического программирования можно представить в виде сетевых моделей. Приведем несколько конкретных примеров:

- 1) распределение поставок грузов между поставщиками и потребителями по сложной дорожной сети;
- 2) проектирование газопровода, соединяющего буровые скважины морского базирования с находящейся на берегу приемной станцией; целевая функция соответствующей модели должна минимизировать стоимость строительства газопровода;
- 3) поиск кратчайшего маршрута между двумя городами по существующей сети дорог;
- 4) определение максимальной пропускной способности трубопровода для транспортировки угольной пульпы от угольных шахт к электростанциям;
- 5) определение схемы транспортировки нефти от пунктов нефтедобычи к нефтеперерабатывающим заводам с минимальной стоимостью транспортировки;
- 6) составление временного графика строительных работ (определение дат начала и завершения отдельных этапов работ).

Решение приведенных задач (как и многих аналогичных) требует применения различных сетевых оптимизационных алгоритмов.

Данные методы базируются на системном подходе к большой управляемой системе с учетом многочисленных внутренних и внешних связей. Например, подготовка к производству нового автомобиля осуществляется не одним заводом и даже не одной отраслью. В создании и подготовке к производству автомобиля принимают участие разные организации и заводы, конструкторские бюро и научно-исследовательские институты. Одни проектируют и подготавливают техническую документацию на двигатель, другие - на ходовую часть, третьи - на электрооборудование и т. д. Параллельно ведется разработка новых сортов автоэксплуатационных материалов, гаражного оборудования. Создается ремонтная база и предприятия для производства запасных частей

Применение для крупных систем обычных методов планирования по каждой организации с помощью традиционных ленточных графиков малоэффективно. Основным их недостатком является невозможность показать взаимосвязь отдельных работ, оценить значимость каждой работы в отдельности. Нельзя отразить динамичность разработок в связи с изменением сроков выполнения каких-либо работ. Динамичность присуща только сетевым методам планирования. При сетевом планировании и управлении исходные планы проектов представляются в виде сетевого графика (сетевой модели, сети), что обеспечивает наглядность порядка выполнения отдельных операций во времени. Сетевой график - графическое воспроизведение сетевой модели реализации проекта, позволяющей проводить эксперименты, анализировать отдельные варианты и находить оптимальные решения при управлении процессом реализации (осуществления) того или иного проекта.

Сетевое планирование имеет ряд преимуществ:

- обеспечивает наглядность технологической последовательности работ;
- позволяет составить оперативные и текущие планы, а также прогнозировать сложные процессы;
- позволяет выявить скрытые ресурсы времени и материальных средств при выполнении производственных процессов и значительно повысить их эффективность.

Чтобы приступить к сетевому планированию (моделированию) того или иного производственного процесса необходимо иметь перечень, последовательность и продолжительность (трудоемкость) выполнения

операций (работ), соответствующих рассматриваемому производственному процессу.

Сетевое планирование сопровождается построением рабочих таблиц и сетевых графиков, к рассмотрению элементов которых мы и перейдем.

При построении сетевых графиков используют два логических понятия (элемента) - работа и событие.

В сетевом планировании термин «работа» предусматривает процесс предшествующий совершению какого - либо события. Термин «событие» выражает собой определенный результат выполнения работы (или работ).

На сетевом графике события изображают кружком, а работы - ориентированными стрелками.

Существует определенный порядок нумерации событий графика. Обычно вершины нумеруют по правилу вычеркивания дуг. Суть этого правила состоит в следующем. Каждому событию графа присваивается соответствующий ранг. Начальному событию присваивается нулевой ранг. Далее мысленно вычеркивают событие нулевого ранга и все исходящие из него дуги. В этом случае ряд событий будет иметь только исходящие дуги. Таким событиям присваивается первый ранг, и они нумеруются в произвольном порядке от 1 до p . Затем вычеркиваются события первого ранга и все исходящие из них дуги. События, имеющие только исходящие дуги, называются событиями второго ранга. Их нумеруют в произвольном порядке от $p+1$ до p_1 . Аналогично определяются события более высоких рангов..

Важное значение в сетевом планировании и управлении имеет понятие «путь» - любая последовательность работ от начала графа к его концу. Отдельные пути будут иметь различную продолжительность. Путь, имеющий наибольшую продолжительность, называется критическим. Критический путь определяет наименьшие затраты времени для выполнения всего комплекса работ. Работы, расположенные на этом пути, называются критическими, и им должно уделяться максимальное внимание.

Продолжительность работы оценивается тремя показателями. Обычно определяется максимальная продолжительность (пессимистическая оценка), минимальная продолжительность (оптимистическая оценка) и наиболее вероятная продолжительность.

При анализе сетей определяются ранние и поздние свершения событий, ранние и поздние сроки начала и окончания работ, резерв времени пути и резерв времени событий. При более детальном анализе устанавливаются и другие параметры: частные резервы времени, свободные резервы времени, коэффициенты напряженности работ, коэффициенты резервов времени работ. При сетевом планировании ставится цель выполнения всего комплекса работ в кратчайший срок, поэтому для конечного события наиболее поздний срок его свершения равен наиболее раннему. Для остальных событий поздний срок свершения события равен разности между продолжительностью критического пути и суммарной продолжительностью работ, которые лежат на максимальном из путей, идущих от данного события к конечному событию.

Каждый кружок, соответствующий определенному событию, делится на четыре сектора. В верхних секторах записываются номера события, в левом - вычисленные ранние сроки свершения события, в нижнем - номер события, через которое к данному событию проходит максимальный по продолжительности путь и в правом - вычисленные поздние сроки свершения события.

Чтобы определить резерв времени данного события, необходимо из числа в правом секторе вычесть число в левом секторе. Полный резерв работы можно установить, если из числа в правом секторе конечного события вычесть число левого сектора начального события и продолжительность работы между начальным событием и конечным.

При анализе сетевого графика ставится цель выявить возможность сокращения сроков запланированного комплекса работ и загрузки исполнителей работ. При оптимизации графиков используются резервы времени. По величинам резервов осуществляется контроль очередности выполненных работ, сокращается длина критического пути и выравнивается продолжительность всех полных путей сети.

Оптимизация может быть частной и комплексной. В случае частной оптимизации минимизируется время выполнения работ при заданной их стоимости или стоимости работ, если задано время. При комплексной оптимизации сетевых графиков находим оптимум с учетом затрат и сроков выполнения работ. В основу этой оптимизации положен метод время - затраты, суть которого состоит в установлении зависимости между

продолжительностью и стоимостью работ. С помощью сетевых графиков можно управлять процессом выполнения работ. В график вносятся все текущие изменения, возникающие в процессе выполнения работ. Поэтому сетевые графики являются динамическими моделями. В процессе оперативного управления осуществляется контроль за фактическим ходом работ, выявляются отклонения от ранее запланированных работ, принимаются соответствующие решения, направленные на обеспечение выполнения плана работ.

Программно-целевое планирование и управление. Одна из важных задач в области совершенствования управления народным хозяйством - широкое использование в планировании программно-целевого метода и разработка комплексных программ по наиболее важным научно-техническим, экономическим и социальным проблемам.

Программно-целевой (целепрограммный) метод является дальнейшим развитием балансового метода планирования и базируется на четком формулировании целей экономического развития, их дальнейшем делении на подцели и выявлении необходимых ресурсов для реализации поставленной задачи. Для этого используется аппарат теории графов при построении «дерева целей» и «дерева ресурсов». Дерево - своеобразная схема, показывающая взаимосвязь и соподчинение целей и ресурсов (рис. 42), это универсальная структурная модель различных физических систем. Корень дерева является собственно (целостной) системой. Подсистемы первого и последующих уровней можно также рассматривать как целостные системы. Например, управление автомобильным транспортом можно расчленить на такие целостные системы: областные производственные управления, АТО, АТП и т.д.

При расчетах и анализе определяются ключевые (генеральные) проблемы, для решения которых должны направляться основные силы и средства. Программно-целевые методы могут успешно применяться не только для перспективного народнохозяйственного (макропланирования), но и для отраслевого, ведомственного и внутрихозяйственного планирования.

Разработка программы начинается с построения ее целей и подцелей. Дерево целей, направленное, например, на повышение Эффективности работы автомобильного транспорта, может включать такие подцели первого уровня, как «повышение производительности автомобилей», «снижение

себестоимости перевозок» и «повышение безопасности движения». На втором уровне первая подцель подразделяется на «повышение скоростей движения», «увеличение грузоподъемности автомобилей» и «сокращение времени простоя под погрузкой - разгрузкой». На третьем уровне подцель «повышения скоростей движения» делится на серию других целей: «тип и конструкция автомобиля», «дорожные условия», «квалификация водителя» и т. д. Дерево ресурсов представляет иерархически построенный граф, показывающий ресурсные возможности (наличие подвижного состава, дорог и подъездных путей, квалифицированных водителей, погрузочно-разгрузочных механизмов и т. д.) или затраты, необходимые на реализацию данной программы.

Наличие реально составленных дерева целей и дерева ресурсов позволяет осуществлять необходимые анализы и вычисления, в результате которых находятся генеральные программы в виде переходных (соединяющих) звеньев (срастающихся крон деревьев). В качестве критериев могут быть минимум времени выполнения программы при данных ресурсных возможностях или минимум затрат на выполнение программы при фиксированных показателях программы и ее времени выполнения. Одним из методических приемов, позволяющих взаимоувязывать цель (программы, подпрограммы) и ресурсы, проводить анализ и выбор эффективных вариантов, является программная матрица.

Преимуществами сетевых моделей являются:

1. Сетевые графики дают четкое представление об общем объеме работ комплекса.
2. Обеспечивают наглядность технологической последовательности работ.
3. Сетевые модели обеспечивают распределение средств и рабочей силы, что создает условия для наилучшего использования ресурсов.
4. Позволяют осуществлять текущее планирование выполнения работ, прогнозировать сложные процессы, выявлять «узкие места» производства.
5. Сократить потери времени при выполнении всего комплекса работ.
6. Выбрать оптимальный вариант выполнения работ.

Теория массового обслуживания в задачах оптимизации транспортных процессов

Большое количество производственных задач и ситуаций может быть описано системами массового обслуживания. Работа системы массового обслуживания заключается в обслуживании большого количества требований. Под требованием понимается запрос на удовлетворение какой-либо потребности, а обслуживание заключается в ее удовлетворении.

Средство, осуществляющее обслуживание потока требований, называют обслуживающим аппаратом, а их совокупность - обслуживающей системой.

Попытаемся задуматься над некоторыми ситуациями, с которыми довольно часто приходится сталкиваться:

- очередь покупателей возле касс супермаркета;
- колонна автомобилей, движение которых временно приостановлено расположенным на пути ее следования светофором;
- скопление больных, ожидающих своей очереди на прием к врачу;
- группу пассажирских самолетов, ожидающих разрешения на взлет в крупном аэропорту;
- ряд вышедших из строя станков и механизмов, поставленных на очередь для починки в ремонтном цехе промышленного предприятия;
- обмен информацией через Интернет в дневное время при большом количестве пользователей;
- отказ телефонной сети на обслуживание клиентов в период наибольшей нагрузки.

Все вышеупомянутые ситуации объединяет то обстоятельство, что каждая из них характеризуется необходимостью пребывать в состоянии ожидания. И таких ситуаций в принципе нельзя избежать, приходится лишь надеяться, что время ожидания можно будет сократить.

Феномен ожидания связан со случайностью процессов в системах обслуживания, так как ни время поступления на обслуживание, ни длительность обслуживания заранее не известны.

Используя теорию массового обслуживания, можно решить, например, задачи определения числа линий или постов технического обслуживания и ремонта автомобилей, расчета количества постов погрузки (или разгрузки), определения рационального числа оборотных агрегатов и т.д.

В отличие от математического программирования, где главную роль играет определение минимума или максимума целевой функции при наличии ряда ограничений, основной задачей теории массового обслуживания является формализация процесса. Теория выражается в виде формул, объясняет и подсказывает ситуацию массового обслуживания, обеспечивая лучшее понимание и принятие соответствующих решений. Разумеется, на основании характеристик, полученных с помощью теории, можно определить оптимум целевой функции, но это делается уже приемами, непосредственно не относящимися к теории массового обслуживания.

Термин «обслуживание» означает удовлетворение каких-либо потребностей, а «массовое» показывает, что речь идет не о конкретном объекте, а о совокупности объектов, имеющих общие потребности в обслуживании. Особенностью теории массового обслуживания является то, что она рассматривает любой процесс массового обслуживания как вероятностный.

Теория массового обслуживания, являясь одним из разделов теории вероятностей, в последние годы получила развитие и выделилась в самостоятельный раздел математики. Основоположником ее является датский ученый А. К. Эрланг, опубликовавший в 1909 г. первую книгу, посвященную вопросам применения теории при проектировании и эксплуатации телефонных станций. Большой вклад в развитие теории массового обслуживания внесли ученые А. Я. Хинчин, Б. В. Гнеденко, Н. П. Бусленко, А. Н. Колмогоров, Б. А. Севастьянов, К. Пальм, Ф. Поллачек, Д. Кендалл, Д. Кокс, Т. Саати и др.

Стимулом к развитию теории массового обслуживания послужили попытки предсказать случайно изменяющиеся потребности по результатам наблюдений. Теория массового обслуживания занимается изучением таких процессов, в которых возникают очереди на обслуживание. Причиной возникновения очередей являются случайно изменяющиеся потребности в обслуживании и (или) колебания времени, затрачиваемого на удовлетворение заявки на обслуживание.

Модель состоит из обслуживаемой и обслуживающей систем. Обслуживаемая система включает совокупность источников требований и входящего потока требований.

Требование - это запрос на выполнение какой-либо работы (на производство услуги).

Источник требования - объект (человек, механизм и т. д.), который может послать в обслуживающую систему одновременно только одно требование.

Возможный носитель требования, например, автомобиль или агрегат, который может выйти из строя, рабочий, которому могут понадобиться запасные части, житель города или группа жителей - это источники требований, а заявки на ремонт, запасную часть, свободное такси - носитель требований, соответствующий указанным выше источникам. Требование и его носитель часто отождествляются. Требования, поступающие от всех источников в обслуживающую систему, образуют поток, называемый входящим потоком требований.

Обслуживающая система состоит из накопителя и механизма обслуживания. Требования поступают в накопитель, где ожидают начала обслуживания, если есть очередь, или сразу в механизм обслуживания.

Обслуживанием считается удовлетворение поступившего запроса на выполнение услуги. Механизм обслуживания состоит из нескольких обслуживающих аппаратов.

Обслуживающий аппарат — это часть механизма обслуживания, которая способна удовлетворить одновременно только одно требование (ремонтный рабочий, бригада, кран, экскаватор, пост мойки и др.). Если обслуживание состоит из нескольких последовательных операций, каждая из которых выполняется отдельно обслуживающим аппаратом, то такое объединение аппаратов называют каналом обслуживания, а саму систему - многофазовой. После окончания обслуживания требования покидают систему, образуя выходящий поток требований.

В качестве примера системы массового обслуживания рассмотрим организацию погрузки на крупном предприятии - грузоотправителе. В такой системе входящий поток требований образуют автомобили, прибывающие на предприятие в какие-то случайные моменты времени. Обслуживанием является погрузка грузов в автомобили и выполнение некоторых сопутствующих ей операций, например проверка автомобилей при въезде на территорию предприятия, взвешивание, оформление документов и т. д.

Обслуживание в этом случае является многофазовым. Требуется проанализировать работу данной системы.

Проводя соответствующие наблюдения, можно установить закон распределения входящего потока требований, закон распределения времени обслуживания на каждой фазе, время ожидания автомобиля в очереди, время простоя обслуживающих аппаратов и другие характеристики. Затем можно оценить, во сколько обходятся потери от ожидания в очереди автомобилей плюс потери от простоя аппаратов и обслуживающего персонала. Если полученная сумма окажется достаточно большой, то следует изменить организацию погрузочных работ, например увеличить число постов погрузки или взвешивания, заменить подвижной состав, изменить порядок погрузки, увеличить сменность работы и т. д.

Как в таком случае выбрать наиболее эффективный вариант погрузки? Исходить из средней загруженности системы нельзя, поскольку одним из условий нормальной работы системы является выполнение неравенства (на каждой фазе)

$$\lambda / sv = \rho < 1,$$

где λ - средняя интенсивность входящего потока требований в единицу времени; v — интенсивность обслуживания одним аппаратом требований в единицу времени; s — число обслуживающих аппаратов; ρ — коэффициент использования обслуживающей системы.

Если коэффициент использования будет больше единицы, то обслуживающая система не справится с обслуживанием и очередь будет неограниченно расти.

В любой разомкнутой системе с ожиданием коэффициент использования должен быть меньше единицы. Следовательно, механизм обслуживания часть времени будет незанят. Однако это не исключает образования очереди в некоторые моменты времени. Наличие очереди объясняется случайностью моментов поступления требований в систему и колебаниями длительности их обслуживания. Поскольку моменты поступления требований случайны, работа системы протекает нерегулярно: в потоке требований образуются сгущения и разрежения. Сгущения могут привести к образованию очереди (либо к отказу обслуживания), разрежения - к непроизводительным простоям отдельных аппаратов или механизма обслуживания в целом. На эти случайности, связанные с нерегулярностью

входящего потока, накладываются еще случайности, связанные с изменением времени обслуживания различных требований. Следовательно, при оценке качества функционирования обслуживающей системы всегда нужно учитывать вероятностный характер потока требований и времени обслуживания различных требований.

Теория массового обслуживания позволяет определить характер функционирования системы массового обслуживания по характеристикам ее частей (совокупность требований “входящий поток”, “накопитель”, “механизм обслуживания”, “выходящий поток”).

Для оценки работы обслуживающей системы можно применить также «Метод проб и ошибок». Например, оборудуется еще один пост погрузки, а затем в течение некоторого времени проводится наблюдение за работой модифицированной системы и определяются новые характеристики ее функционирования. Однако этот метод плох тем, что сначала приходится затрачивать время и средства, а затем уже определять, насколько эффективны были эти затраты. С другой стороны, если возможностей модификации несколько, то какую из них следует выбрать для эксперимента, чтобы получить наилучший результат? Ответ на этот вопрос можно получить с помощью теории массового обслуживания.

Разумеется, для применения теории массового обслуживания также нужно изучать и анализировать фактические данные. Но при этом приходится рассматривать не систему в целом, а каждую составную ее часть, что намного проще. Такой анализ можно выполнить до того, как обслуживающая система модифицирована. В этом и заключается практическая цель применения теории: возможность предсказать поведение системы до того, как такая система создана, т. е. еще на стадии ее проектирования.

Теперь можно сформулировать предмет теории массового обслуживания и цели, которые она преследует.

Предметом теории массового обслуживания является количественная сторона процессов, связанных с массовым обслуживанием.

Целью теории является разработка математических методов для отыскания основных характеристик процессов массового обслуживания для оценки качества функционирования обслуживающей системы.

В зависимости от количества источников требований системы массового обслуживания делятся на две группы: замкнутые с ограниченным числом источников, например система экскаватор — самосвалы при вывозе грунта, и разомкнутые с неограниченным, вернее очень большим, числом источников, например система станция технического обслуживания — владельцы индивидуальных автомобилей. Большое значение для решения задач массового обслуживания имеют законы распределения входящего потока требований и времени обслуживания. С этой точки зрения системы подразделяются на пуассоновские, или марковские (требования поступают в обслуживающую систему в соответствии с законом Пуассона, а время обслуживания подчиняется показательному закону), и непуассоновские (при другом виде закона распределения входящего потока и (или) времени обслуживания).

В соответствии с поведением требований системы можно подразделить на три группы:

- системы с отказами, в которых требование, заставшее обслуживающие аппараты занятыми, получает отказ в обслуживании и теряется (например, в системе автоматическая телефонная станция — клиенты — отказ, если в момент поступления вызова занята нужная линия связи);
- система с ожиданиями: требование ждет начала обслуживания, например автомобиль ожидает погрузки;
- смешанные системы, когда часть требований покидает накопитель или вообще не присоединяется к очереди в зависимости от ее длины и времени ожидания; например, часть автомобилей может уехать с автозаправочной станции, если очередь на заправку велика.

Следующим основным признаком классификации систем является дисциплина обслуживания, причем предоставление приоритета отдельным требованиям (классу требований) позволяет улучшить качество функционирования данной системы массового обслуживания и т. д.

Несмотря на разнообразие систем обслуживания, любую, самую сложную из них, после грамотного изучения можно описать в терминах теории массового обслуживания и построить для нее вероятностную модель.

И без теории массового обслуживания оптимизация во многих случаях невозможна.

ЛЕКЦИЯ 5. МАРШРУТИЗАЦИЯ ПЕРЕВОЗОК МАССОВЫХ ГРУЗОВ

Определение маршрутов перевозок массовых грузов

Составление рациональных маршрутов перевозок массовых грузов имеет целью достижение максимального коэффициента использования пробега автомобилей. При маршрутизации перевозок массовых грузов определяют порядок следования после разгрузки автомобилей под следующую погрузку с тем, чтобы их общий пробег без груза был наименьший. Часто это называют увязкой ездов.

В общем виде схема работ по маршрутизации перевозок грузов состоит из ряда этапов. Вначале необходимо определить кратчайшие расстояния между всеми пунктами отправления и получения грузов и между автотранспортными предприятиями и указанными пунктами, т.е. создать сеть кратчайших расстояний. Затем с учетом этих расстояний определить оптимальное закрепление потребителей одного и того же груза за поставщиками, чему была посвящена предыдущая глава. На последнем этапе определяют маршруты перевозок разных грузов в одном и том же подвижном составе, прикрепление этих маршрутов по автотранспортным предприятиям и разработку заданий водителям на выполнение перевозок грузов по маршрутам. В данной главе рассматриваются методы решения задач последнего этапа работ по маршрутизации. Для решения таких задач необходимо отобрать те заявки на перевозку грузов, которые можно осуществлять на одном и том же подвижном составе и которые совпадают во времени выполнения перевозок. При этом, конечно, необходимо знать адреса отправителей и получателей, количество и наименование груза, который нужно перевезти, а также расстояния между всеми отправителями и получателями.

В настоящее время известно несколько математических методов решения указанной задачи. Например предложенный Е. А. Бобарыкиным метод, который хорошо приспособлен для решения этих задач вручную, без использования для расчетов электронных вычислительных машин. Она заключается в следующем. Необходимо составить маршруты перевозок грузов согласно заявкам. Эти грузы перевозят в заданную смену конкретным автомобилем. Согласно заявке составляется схема перевозок, на которой показаны расстояния между пунктами. Каждому отправителю присваивается условное обозначение - буква А с соответствующим порядковым цифровым

индексом, и каждому потребителю - буква Б также с соответствующим цифровым индексом. Автотранспортное предприятие обозначено буквой Г. Там же показано, что один и тот же пункт иногда имеет два условных обозначения. Например, пристань как отправитель может быть обозначена A_1 , а как получатель – B_4 . Если один и тот же потребитель получает груз от двух и более поставщиков, то он также будет обозначен буквами Б с разными цифровыми индексами. Кроме количества груза, рассчитывается количество ездов, которое необходимо сделать, чтобы выполнить заявленные перевозки. Так как основной маркой автомобилей принят конкретный автомобиль с номинальной грузоподъемностью то количество ездов определено делением заявленного количества груза на грузоподъемность автомобиля.

При перевозках груза, который не обеспечивает полное использование грузоподъемности автомобиля, определение количества ездов должно учитывать коэффициент использования грузоподъемности. Например перевозке опилок с мебельной фабрики количество ездов определяют с учетом коэффициента использования грузоподъемности 0,5. На основании заявок на перевозки составляют матрицу. В ней указаны количество ездов из каждого пункта А в каждый пункт Б и расстояния между этими пунктами, которые проставляются в верхних правых углах соответствующих клеток.

Решение этой матрицы на минимум пробега, что сделано с помощью метода потенциалов, позволяет получить такое распределение порожних ездов автомобилей, при которых их пробег без груза будет минимальным.. В пунктах Б автомобили разгружаются, и их необходимо направить в пункты А для последующей загрузки. В результате решения получается оптимальное распределение ездов автомобилей без груза (числа в середине клеток), которое обеспечивает минимальный пробег без груза всех автомобилей, участвующих - в планируемых перевозках.

После получения оптимального распределения порожних ездов в эту же таблицу вносят план груженых ездов. В тех клетках, где имеются две цифры, получают маятниковые маршруты, количество ездов по которым равно наименьшей цифре. Это количество исключается из дальнейшего рассмотрения. Когда все маятниковые маршруты найдены, в матрице строят четырехугольные контуры, все вершины которых лежат в загруженных клетках, причем вершины с груженными ездами должны чередоваться с вершинами с порожними ездами. Количество оборотов определяется

наименьшим числом в вершинах контура. Выбранное количество ездов из клеток таблицы исключают. Решение ведется до полного исключения всего количества ездов из матрицы. По результатам расчетов составляют схемы полученных маршрутов. Все действия обычно выполняют в одной и той же таблице, где количество груженных ездов записывают цветным карандашом, а порожние ездки и контуры - простым. По ходу решения из таблицы стирают резинкой те цифры и контуры, которые ликвидируют на каждом новом шаге решения.

Расчет маршрутов-заданий водителям

После получения маршрутов их необходимо расшифровать и определить, какое количество автомобилей следует направить на каждый маршрут, чтобы обеспечить выполнение перевозок. Это делается с помощью таблиц, где указаны обозначения каждого пункта отправления и получения груза, и приведены все расстояния между этими пунктами. Расшифровку выполняют в специальной результирующей таблице, которая построена так же, как та часть путевого листа, где записывают задание водителю. Зная, из какого автотранспортного предприятия следует подавать автомобили на каждый маршрут, легко определить и нулевые пробеги. В практической работе запись условных обозначений при расшифровке маршрутов делать не нужно.

Количество оборотов одного автомобиля по каждому маршруту определяют следующим образом: записав маршрут в результирующей таблице и определив расстояния между пунктами, подсчитывают общее расстояние маршрута без учета нулевого пробега из автотранспортного предприятия на первый пункт погрузки и от последнего пункта разгрузки до автотранспортного предприятия. Затем определяют время на погрузку и выгрузку груза.

Общее время оборота и продолжительность смены дают возможность определить количество оборотов одного автомобиля на маршруте. Округление числа оборотов на маршруте до целых чисел целесообразно делать в сторону уменьшения. Это дает возможность в определенной мере учитывать время, необходимое для нулевых пробегов автомобилей.

Полученное количество оборотов записывают в результирующей таблице. При этом из автотранспортного предприятия на первый пункт погрузки и с последнего пункта выгрузки на автотранспортное предприятие

автомобиль делает по одной езде, а число последних ездов без груза на каждом маршруте всегда меньше на одну, чем число оборотов по маршруту, так как после последней выгрузки автомобиль возвращается на автотранспортное предприятие, а не первый пункт погрузки.

Пробег одного автомобиля определяют умножением количества ездов на соответствующие пробеги. Количество автомобилей для работы на каждом маршруте определяют делением потребного числа оборотов на данном маршруте на число оборотов, которое может выполнить один автомобиль на этом маршруте за рабочую смену.

Если сделать указанные расчеты по маршруту может получиться, что на маршруте не полную смену будут использованы некоторые автомобили. Поэтому целесообразно предусмотреть его переключение на перевозку по другим маршрутам. Если такое переключение сделать нельзя, то предусматривается возврат автомобиля на автотранспортное предприятие до окончания смены, хотя это нежелательно. Когда все маршруты занесены в результирующую таблицу, можно приступить к выписке путевых листов. Каждый маршрут, имеющий два и более пунктов отправления, можно начинать с любого из них, и при этом пробег автомобилей без груза останется минимальным.

Если в перевозках могут быть заняты автомобили разной грузоподъемности, то метод расчета рациональных маршрутов остается таким же, как было описано выше. Переход к направлению автомобилей различной грузоподъемности на маршруты можно произвести следующим образом. В некоторых случаях при указанных выше расчетах могут появиться маршруты с большим числом звеньев, когда в одном и том же маршруте имеется большое количество пунктов погрузки и разгрузки. За рабочий день водитель на таком маршруте выполняет одну или две ездки, заезжая каждый раз по новому адресу, что создает значительные неудобства в его работе. В связи с этим иногда целесообразно отказаться от маршрутов с большим числом звеньев.

Указанный метод составления маршрутов обеспечивает минимальный пробег автомобилей без груза при их подаче от пунктов разгрузки под последующую погрузку и может быть использован в повседневном планировании перевозок грузов без расчетов на электронных вычислительных машинах, если размер матриц составляет $m \times n < 500$. Если же

размеры матриц; больше указанных, расчеты необходимо вести на электронных вычислительных машинах.

Распределение маршрутов-заданий по автотранспортным предприятиям

При маршрутизации перевозок необходимо стремиться не только к сокращению пробега автомобилей без груза на маршруте (порожного пробега), но и к сокращению нулевых пробегов при подаче автомобилей из автотранспортного предприятия на первый пункт погрузки и при возврате автомобилей с последнего пункта разгрузки на автотранспортное предприятие. Этого можно достигнуть, определяя автотранспортное предприятие, из которого наиболее целесообразно подавать автомобили на маршруты.

Пробег без груза по маршруту зависит от выбора пункта начала движения по маршруту и автотранспортного предприятия, откуда следует подавать автомобили на этот пункт. Причем наиболее целесообразный выбор связан с нахождением минимальной разности между суммой первого и последнего нулевых пробегов при подаче автомобиля из автотранспортного предприятия и расстоянием между первым пунктом погрузки и последним пунктом разгрузки при данном выборе автотранспортного предприятия и начального пункта маршрута. Если имеются два автотранспортных предприятия, то это означает необходимость выбора минимального числа

В связи с тем что ежедневно расчеты по каждому маршруту требуют больших затрат времени, можно заранее сделать таблицу, при помощи которой можно быстро определить, из какого автотранспортного предприятия и на какой маршрут следует подавать автомобили. В ней указываются возможные отправители А, возможные получатели Б и автотранспортные предприятия Г. Вместо получателей можно поставить номера микрорайонов, на которые целесообразно разбить карту города. Каждое расстояние в этой таблице находят путем промера расстояния от автотранспортного предприятия до А, от автотранспортного предприятия до Б и от А до Б, а затем находят число $ГА+ГБ-АБ$.

В условиях оперативной работы по планированию перевозок можно ограничиться отысканием наилучшего закрепления маршрутов за автотранспортными предприятиями, последовательно рассматривая намеченное к выпуску количество автомобилей по каждому предприятию.

Если при этом по какому-либо из них все автомобили будут полностью закреплены за маршрутами, то при дальнейших расчетах рассматриваются только автотранспортные предприятия, где еще имеется неиспользованный подвижной состав. Для получения же оптимального результата необходимо решить эту задачу методом потенциалов. Для этого составляют матрицу, куда заносят исходные данные. После решения окончательно определяют, из какого автотранспортного предприятия следует подавать автомобили на каждый маршрут и порядок следования по этим маршрутам. Матрицу, решают обычным способом. Однако проведение всех этих операций является трудоемким, и при оперативном планировании возможно только при использовании для расчетов электронных вычислительных машин. Поэтому там, где расчеты по оперативному планированию перевозок проводятся без помощи электронных вычислительных машин, можно идти по пути постоянного закрепления клиентуры за автотранспортными предприятиями, хотя это и может дать некоторое увеличение нулевого пробега по сравнению с ежедневным планированием подачи автомобилей на маршруты.

Планирование маятниковых маршрутов с обратным порожним пробегом

Нулевые пробеги играют значительную роль при выполнении маятниковых маршрутов с обратным порожним пробегом. Таких маршрутов обычно бывает достаточно много. При этом как правило, автомобили направляются на каждый из этих маршрутов в отдельности и они выполняют весь объем перевозок по данному маршруту. Однако это далеко не всегда дает наилучший результат. Обычное решение состоит в направлении из автотранспортного предприятия Γ_1 некоторого количества автомобилей на работу по одному маршруту и нескольких автомобилей по другому маршруту. При этом определяется пробег без груза на обоих маршрутах отдельно и в сумме.

Однако при той же схеме перевозок всегда можно составить и другой план перевозок. По которому также определяются длины пробега по каждому маршруту. Затем сравниваем пробег по двум вариантам плана перевозок и определяем коэффициенты использования пробега для них. Это покажет, что нельзя пренебрегать возможностью снижать порожние и нулевые пробеги и при планировании маятниковых маршрутов с порожним

пробегом в обратном направлении. Такая задача может решаться оптимально.

Оптимальный результат находится с помощью решения этой задачи одним из методов линейного программирования. Зная примерное количество оборотов при выполнении перевозок за одну смену из пункта A_1 в каждый пункт B , можно записать маршруты для каждого автомобиля. Все необходимые ездки с грузом включают в план. Можно утверждать, что полученные маршруты обеспечат минимальную сумму пробегов всех автомобилей без груза. Заметим, что при неполном использовании времени работы автомобилей в наряде при решении этой задачи возможно объединять в одном маршруте перевозки не только в два, но и в три и более пунктов получения груза.

Приведенные методы оптимального решения задач, связанных с маршрутизацией перевозок массовых грузов, направлены прежде всего на оперативное планирование перевозок без использования для расчетов электронных вычислительных машин.

ЛЕКЦИЯ 6. МЕТОДЫ КОЛЬЦЕВОЙ МАРШРУТИЗАЦИИ ПЕРЕВОЗОК МАССОВЫХ ГРУЗОВ

Задачи составления кольцевых маршрутов

Маршрутом в полнопартионных перевозках называют чередующуюся последовательность пунктов погрузки и разгрузки, через которые должен проходить автомобиль во время работы. Обычно маршрут связывают с понятием сменно-суточного задания. Однако в общем случае составление маршрута не эквивалентно составлению задания. Маршрут может быть частью задания, один маршрут может использоваться для формирования нескольких заданий, наконец задание может быть сформулировано без указания маршрута. Функционально маршрут-это характеристика задания. Составление маршрутов является одним из этапов выработки заданий. Задачи составления маршрутов могут решаться оперативно непосредственно перед выработкой заданий. В этом случае маршрутизация является функцией оперативного планирования. В некоторых случаях маршруты могут быть разработаны 1 раз на большой промежуток времени, в течение которого они многократно используются при выработке заданий.

В этом случае маршрутизацию можно рассматривать как функцию проектирования перевозочного процесса. Отдельные маршруты удобно представлять в схематическом виде.

Из всего разнообразия особо выделяются два типа: маятниковые маршруты, в которых фигурируют только по одному пункту погрузки и разгрузки, и кольцевые маршруты, в которых после каждой груженой ездки меняют пункты погрузки и разгрузки. Остальные маршруты обычно называют смешанными.

Задача составления рациональных кольцевых маршрутов является наиболее актуальной при перевозках различных массовых грузов универсальным относительно этих грузов подвижным составом. На схемах в узлах фрагментов транспортных сетей располагаются отправители и получатели грузов. Направления поставок показывается стрелками.

Возможны два варианта организации работы автомобилей. В первом варианте за каждым из трех отправителей жестко закрепляется группа автомобилей. Во время работы автомобили после доставки груза возвращаются к прежнему пункту погрузки, т. е. работают по маятниковым маршрутам. Во втором варианте группа автомобилей закрепляется для

обслуживания трех поставщиков. Это возможно, так как все три груза могут перевозиться одним и тем же подвижным составом. В этом варианте автомобиль после разгрузки может следовать за грузом в любой из пунктов погрузки. Если предположить, что поставщики и потребители не связаны очень жестким графиком работы, то можно воспользоваться имеющейся свободой в выборе маршрутов в целях сокращения непроизводительных холостых пробегов для всей группы автомобилей в целом. Обычные интуитивные соображения приводят к следующей тактике выбора рационального маршрута: после разгрузки автомобиль направляется к ближайшему пункту погрузки. Однако применение этой тактики в чистом виде может привести к созданию маршрутов, не перспективных для практического использования. Так, в результате применения указанного правила все ездки с песком должны выполняться первыми в сменно-суточных заданиях. В действительности, не первыми езками песок могли бы вывозить автомобили, разгрузившиеся в одном или нескольких в пунктах. Однако в соответствии с выбранной тактикой они не должны следовать к поставщику, так как он не является для них ближайшим пунктом погрузки.

Причиной несовершенства рассмотренного варианта является стремление максимально выиграть только в данный момент. Гораздо более рациональными являются глубокое изучение ситуации в целом и стремление к общему выигрышу. Будем руководствоваться не только желанием по возможности сократить очередной холостой пробег, но и стремлением выиграть в целом на маршруте. Характеристикой выигрыша за счет холостого пробега служит коэффициент использования пробега - отношение пробега с грузом к общему. Чтобы не усложнять предварительные рассуждения, условимся, что стоянки автомобилей могут размещаться в пунктах погрузки. Если автомобиль работает по маятниковому маршруту, то его пробег с грузом равен пробегу без груза. На кольцевых маршрутах возможно несколько вариантов выполнения транспортной работы. Причем длина пробега с грузом и без него будет значительно отличаться.

Для упрощения записи маршрута используется последовательность образующих его пунктов. В силу замкнутости маршрутов эту последовательность можно начинать с любого пункта, однако условимся первым записывать один из пунктов погрузки.

Обычно корреспондирующая пара «поставщик-потребитель» соответствует понятию заявки на перевозку, поэтому маршрут можно записать как последовательность обслуживаемых заявок. За один оборот по маршруту автомобиль может сделать по одной езде для каждой заявки, входящей в маршрут. Число заявок в маршруте обычно называют числом звеньев. Кольцевые маршруты бывают двухзвенными, трехзвенными и т. д. Однозвенные маршруты являются маятниковыми, так как в них фигурирует один пункт погрузки.

Задачу легче решать в табличной форме, причем в таблице указываются интенсивности маршрутов, участвующих в реализации плана поставок. За единицу интенсивности принят один полный оборот по маршруту. Значения интенсивностей маршрутов устанавливались в порядке их записи в таблице. Оставшиеся ездки в заявках выполняются соответственно маятниковыми маршрутами интенсивности которых равны имеющимся объемам заявок. Совокупность маршрутов с ненулевыми интенсивностями образует план маршрутизации, реализующий заданный план поставок.

По составленному плану маршрутизации определяется общий пробег и средний коэффициент использования пробега. Общий пробег плана равен сумме произведений протяженностей маршрутов на количество оборотов. Общий груженный пробег в нашей задаче не зависит от плана маршрутизации. Он равен общей протяженности всех груженных ездов и может быть получен из таблицы исходных данных для расчета. Общий порожний пробег определяется как разность между общим пробегом и пробегом с грузом. Таким образом, использование кольцевых рациональных маршрутов позволяет сократить общий порожний пробег по сравнению с работой только по маятниковым маршрутам.

При построении рационального плана, можно пользоваться схематическим изображением ситуации. На практике число отправителей и получателей велико, и построение наглядных схем займет много времени. Для решения больших задач необходимо применять математические методы.

В любой задаче рассматривается совокупность поставщиков и потребителей образующих некоторую систему поставок массовых грузов. В задаче маршрутизации, которую мы рассматриваем, возможные различия в грузах не рассматриваются, так как связи поставщиков с потребителями и

объемы поставок по этим связям известны и являются исходными данными. Напротив, при постановке задачи важно все виды грузов считать однородными относительно подвижного состава. Предполагаются известными расстояния от каждого поставщика до каждого потребителя и в обратном направлении. Разные обозначения расстояний нам будут удобны даже в том случае, если длина пути одинакова, так как это позволяет различать груженые и порожние направления движения.

Задан план поставок в виде совокупности заявок S . Каждая заявка характеризуется тройкой показателей $S = (A, B, q)$, где A - поставщик, B - потребитель, q - объем поставки в числе ездов.

Требуется найти план маршрутизации - совокупность кольцевых и маятниковых маршрутов с наименьшим общим порожним пробегом.

Заметим, что кольцевая маршрутизация не исключает использования маятниковых маршрутов, напротив постановка задачи кольцевой маршрутизации по существу опирается на возможность выполнить все заявки по крайней мере маятниковыми маршрутами. Кольцевые маршруты включаются в план лишь в том случае, если в результате увеличивается общий коэффициент использования пробега. При отсутствии хороших кольцевых маршрутов в оптимальном плане могут оказаться только маятниковые маршруты. Таким образом, кольцевая маршрутизация в общей постановке - это такое планирование маршрутов, при котором критерием качества плана является коэффициент использования пробега, и способ улучшения критерия основан на отыскании и включении в план рациональных кольцевых маршрутов. Маршруты принято обозначать через M и задавать последовательностью заявок. Интенсивность обозначается через x .

Первая трудность в решении задачи возникает при рассмотрении множества возможных маршрутов. Будем перечислять всевозможные маршруты в порядке возрастания их звенности. Первыми рассмотрим однозвенные (маятниковые) маршруты, их число равно числу заявок и во всяком случае не меньше, чем t , где t - число отправителей. Далее рассмотрим двухзвенные маршруты, их число не меньше $t(t-1)$, так как после выполнения каждой заявки автомобиль может следовать к любому отправителю, кроме исходного. Для трехзвенных маршрутов общее число будет не меньше, чем $t(t-1)(t-2)$.

При выборе рациональных маршрутов целесообразно ограничиться существенно меньшим их числом. Вторая проблема возникает при определении интенсивностей маршрутов. Дело в том, что интенсивности маршрутов могут быть выбраны неоднозначно даже тогда, когда множество возможных маршрутов зафиксировано. Различные варианты выбора приводят к разному результату по экономии порожнего пробега.

После того как множество возможных маршрутов зафиксировано, необходимо так выбрать их интенсивности, чтобы общий порожний пробег был минимальным. По существу во всех практически приемлемых модификациях задач кольцевой маршрутизации полнопартионных перевозок и во всех методах их численного решения так или иначе присутствуют два этапа: конструирование возможных рациональных маршрутов и вычисления, связанные с выбором их интенсивностей. В зависимости от метода эти этапы могут быть полностью разделены либо выполняться последовательно, многократно чередуясь.

Метод предварительной оптимизации порожнего пробега

Этот метод известен в литературе как метод таблиц связей. Он предназначен для точного решения задачи в «чистой» формулировке, т. е. в предположении, что заявленный план поставок разрешается выполнить совокупностью любых маятниковых и кольцевых маршрутов независимо от их протяженности, числа звеньев и прочих индивидуальных характеристик, а также без учета подачи и возврата автомобилей.

Единственное условие, которое должно соблюдаться, - это неразрывность потока автомобилей в целом: число автомобилей, прибывающих в пункт погрузки, должно равняться числу автомобилей, уходящих из этого пункта. Передвижение автомобилей с грузом определено планом поставок, который указан в заявке. Остается определить потоки порожних автомобилей. В каждом пункте разгрузки известно общее число ездов с грузом в этот пункт, после которых автомобили должны отбыть из этого пункта порожними. В каждом пункте погрузки известно общее число ездов с грузом из этого пункта, для осуществления которых автомобили должны прибыть в этот пункт порожними. Значения количества ездов не могут быть отрицательными и должны удовлетворять следующим условиям: сумма всех порожних ездов из пункта отгрузки должна равняться сумме всех порожних ездов в пункт разгрузки

Необходимо найти такие значения маршрутов, чтобы общая протяженность всех порожних ездов была бы минимальной. Сформулированная задача является известной нам транспортной задачей. Содержательный смысл ее в данном случае - оптимизация потока порожних автомобилей от пунктов разгрузки к пунктам погрузки.

После того как получено оптимальное решение транспортной задачи, минимально возможный порожний пробег известен. Остается построить сами маршруты и определить их интенсивности. Алгоритмы составления маршрутов могут быть организованы различным способом, суть их весьма проста.

Совокупность пунктов погрузки и разгрузки представляется в виде вершин некоторого графа, груженные и порожние ездки - в виде дуг этого графа. Граф обладает следующим свойством: в каждой вершине число входящих дуг равно числу выходящих. Для построения маршрутов надо выбрать любую вершину графа, из которой исходит хотя бы одна дуга, и произвольным образом двигаться из нее по дугам, пометая пройденные дуги или вершины. Двигаясь таким образом, мы обязательно вернемся в уже однажды пройденную вершину. Действительно, в силу свойства графа из любой вершины, в которую можно войти, движение всегда можно продолжить, а так как число вершин конечно, мы попадем в некоторую из них второй раз. В этой вершине наш путь замкнется. Объявим построенную замкнутую часть пути маршрутом с интенсивностью единица и все дуги, которые его составляют, вычеркнем из графа. Измененный граф будет также обладать указанным выше свойством, так как, вычеркивая дуги замкнутого пути, мы в каждой вершине этого пути уменьшаем на единицу как число входящих, так и число выходящих дуг. Поэтому описанную процедуру можно выполнить еще раз, и мы получим еще один маршрут. Продолжая этот процесс, мы наконец вычеркнем все дуги графа, так как их число конечно.

В графе могут присутствовать несколько дуг, начинающихся и заканчивающихся в одних и тех же вершинах. Гораздо удобнее пользоваться графом, в котором такие дуги объединены в одну, а число объединенных дуг записано в качестве численной характеристики этой общей дуги. Тогда построение пути можно вести прежним способом с той лишь разницей, что движение из вершины разрешается по любой дуге с ненулевой

характеристикой. Интенсивность замкнувшегося маршрута принимается равной минимальной характеристике дуги, входящей в маршрут. При фиксации маршрута значение характеристик на его дугах уменьшается на величину интенсивности и из графа фактически вычеркиваются не все дуги маршрута, а только те, характеристики которых обратились в нуль.

Проведенный алгоритм построения маршрутов с графической интерпретацией объясняет лишь принцип построения маршрутов. При решении практических задач рисовать граф трудно и неудобно, поэтому и для решения задач вручную и для машинных алгоритмов используют так называемые таблицы связей, давших название методу, которые есть ничто иное, как информация о графе.

Таблицей связей называют информацию о груженных езках. Первую таблицу связей можно записать в виде последовательности строк. Каждая строка соответствует пункту погрузки и содержит: номер пункта погрузки, номера пунктов разгрузки и число груженных ездов. Она составляется на основе заявок и фактически представляет собой план поставок грузов, сведенный по поставщикам. Второй таблицей связей называют информацию о порожних езках. Она получается в результате решения транспортной задачи и представляет собой план поставок порожних автомобилей, сведенный по пунктам разгрузки. Записывается она также по строкам. Каждая строка соответствует пункту разгрузки и содержит: номер пункта разгрузки; номера пунктов погрузки и число порожних ездов к ним.

Рассматривая таблицы связей совместно, мы имеем по существу полную информацию о графе. Действительно, для каждой вершины графа имеется список тех вершин, куда направлены дуги и характеристики дуг - число ездов. Построение маршрута сводится к последовательному просмотру таблиц связей. Переход от одного пункта к другому можно делать в том случае, если число ездов между ними не равно нулю. Интенсивность маршрута выбирается по минимальному числу ездов между двумя соседними пунктами в маршруте. При фиксации маршрута его интенсивность вычитается из соответствующих позиций таблиц связей.

Полученная таким образом совокупность маршрутов будет соответствовать оптимальному решению поставленной задачи: все груженные ездки выполнены, общий порожний пробег минимален, так как в маршруты включались порожние ездки только из оптимального порожнего потока.

Применение описанного метода выполняется в несколько этапов.

Первый этап. Определим кратчайшие расстояния от пунктов разгрузки к пунктам погрузки, потребности пунктов погрузки в порожних автомобилях и ресурсы таких автомобилей в пунктах разгрузки. Решим транспортную задачу для определения оптимального плана подачи порожних автомобилей из пунктов разгрузки к пунктам погрузки. Определяем общий пробег в ожидаемом плане маршрутизации и средний коэффициент использования пробега.

Второй этап. Составим таблицы связей и будем последовательно строить маршруты. Поскольку некоторые позиции в таблицах связей при построении маршрутов изменяются, будем выписывать их состояния на каждом шаге. При решении задачи вручную таблицы не переписываются, в них лишь вносятся исправления в соответствующих местах. Начальное состояние ТС-1 получено из сводной заявки на поставки, ТС-2 из решения транспортной задачи на первом этапе. Первая цифра строки - номер пункта отправления. После двоеточия указываются пункты прибытия и в скобках - число ездов в эти пункты. При наборе маршрутов возможные пункты выбираются в порядке очередности сверху-вниз, слева-направо. Полученный в каждом состоянии маршрут, его интенсивность и длина записываются вслед за таблицами связей. Для наглядности последовательность выбранных пунктов помечается индексами, указывающими порядок выбора. Начальный пункт имеет индекс, равный единице. Конечный помечается звездочкой.

Для получения следующего состояния таблиц связей из предыдущего необходимо во всех позициях, помеченных индексами, уменьшить число ездов, записанное в скобках, на величину интенсивности полученного маршрута. В следующем состоянии все элементы таблиц связей обращаются в нуль. На этом процесс построения маршрутов заканчивается. Составляется схема полученного плана. Общий пробег плана равен сумме произведений длин полученных маршрутов на их интенсивности, что соответствует результату первого этапа. Сравнивая планы определяем оптимальный..

Рассмотренный метод обладает рядом недостатков, которые ограничивают сферу его практического применения. Одним из таких недостатков является жесткая предопределенность характеристик маршрутов, получаемых на втором этапе, которые зависят от результатов первого этапа. При этом, получая на первом этапе оптимальный план

поставки порожних автомобилей к пунктам погрузки, мы не можем заранее влиять на эти характеристики. В результате маршруты в окончательном решении могут содержать большее число звеньев и иметь большую длину. Такие маршруты в дальнейшем оказывается трудно или порой невозможно включать в сменно-суточные задания. При использовании метода таблиц связей полученные маршруты анализируются и если некоторые из них неприемлемы, то план корректируется вручную на основе интуитивных соображений. При такой коррекции длинные или многозвенные маршруты разбиваются, исключаются из плана, заменяются на маятниковые маршруты или на более короткие кольцевые. Применение метода таблиц связей целесообразно, если коррекции подвергается незначительная часть оптимального плана. В противном случае откорректированный план может оказаться хуже того, который можно построить интуитивно без предварительной оптимизации.

Поэтому надо строить план с отступлением от оптимального. Однако отступление, которое мы совершили при коррекции, слишком велико. Возникает проблема - найти такой план маршрутизации, в котором все маршруты были бы приемлемы, а отступление от оптимального было бы минимальным.

Метод предварительного построения допустимых маршрутов

Метод предназначен для решения задач маршрутизации, в которых на индивидуальные характеристики маршрутов накладываются какие-либо ограничения. В некоторых ситуациях это связано с продолжительностью смены, тогда ограничивается длина маршрута. В других ситуациях поиск адресов, организация погрузки, оформление отправок являются при первом прибытии в пункт погрузки трудоемкими и большое число пунктов погрузки в одном маршруте неприемлемо, так как ведет к снижению производительности в целом. В таких ситуациях возникают ограничения на число звеньев в кольцевых маршрутах. Иногда следует учитывать ограничения, связанные с обеспечением «гарантии эффекта» на каждом кольцевом маршруте. При решении задачи мы минимизируем общий пробег, который складывается как сумма пробегов на каждом маршруте. В результате некоторые маршруты могут иметь низкий коэффициент использования пробега, и их выполнение будет невыгодно водителям. Поэтому целесообразно включать в рассмотрение только такие кольцевые

маршруты, коэффициент использования пробега которых по крайней мере больше 0,5. В целом можно ввести понятие допустимых маршрутов, индивидуальные характеристики которых должны удовлетворять определенному ряду организационно-технологических ограничений. Выбирая на основе анализа практических ситуаций совокупность конкретных ограничений, можно строить различные варианты задач маршрутизации. Общий подход к решению таких задач состоит в следующем.

На первом этапе рассматривается все множество кольцевых маршрутов. Для каждого маршрута из этого множества определяются индивидуальные характеристики и ведется непосредственная проверка ограничений. На основе такой глобальной проверки из всего множества выбираются допустимые маршруты. На этом этапе интенсивности маршрутов объявляются неизвестными величинами и формулируются условия, которым должны удовлетворять значения этих величин. Эти условия позволяют выбирать только такие значения интенсивностей, которые обеспечивают выполнение заданного плана поставок во всем его объеме.

Интересующий нас показатель плана в целом, в частности общий порожний пробег, представляется в виде некоторого выражения от неизвестных. Затем на втором этапе отыскиваются такие значения интенсивностей, которые удовлетворяют сформулированным условиям и минимизируют порожний пробег. Обычно задача отыскания интенсивностей формулируется как задача линейного программирования. Таким образом, метод предварительного построения допустимых маршрутов состоит в том, что сначала проверяются ограничения и строится множество допустимых маршрутов, а затем для определения их интенсивностей конструируется специальная задача линейного программирования, которая может быть решена одним из стандартных численных методов.

Задачу определения интенсивностей маршрутов легче сводить к задаче линейного программирования. В качестве множества допустимых маршрутов используем все маршруты, за исключением маршрута, длина которого является максимальной. Составляется матрица задачи линейного программирования и выполняется поиск ее оптимального решения.

При практическом использовании описанного метода задачу линейного программирования целесообразно решать на ЭВМ, так как трудоёмкость ее решения велика даже для небольшого размера. В целом метод можно использовать в тех случаях когда число звеньев в кольцевых маршрутах должно быть невелико.

При построении множества маршрутов можно воспользоваться алгоритмом, подобным тому, который применялся в методе таблиц связей. Построим граф, вершинами которого служат пункты производства и потребления. Как и прежде, заявки образуют дуги графа, соответствующие движению с грузом, а пути от пунктов разгрузки к пунктам погрузки - дуги, соответствующие движению без груза. Дуги первой группы имеют численные характеристики - количество ездов, дуги второй группы таковых не имеют. Поставим перед собой задачу найти все маршруты, содержащие не более некоторого количества звеньев и имеющие коэффициенты использования пробега не менее заданного значения. Будем, как и прежде, произвольным образом двигаться по дугам графа, начиная с некоторого произвольно выбранного пункта погрузки. Движение разрешено по грузеным дугам с ненулевыми характеристиками и по любым порожним дугам. При движении из начального пункта можно следовать различными путями. Верхний индекс пунктов разгрузки (погрузки) показывает число грузеных (порожних) звеньев в пройденных путях. Определим правила движения, в процессе которого осуществляется просмотр всех путей. Если число дуг в пути не превышает заданного количества, то движение продолжается. Когда число звеньев достигло заданного количества, то необходимо отступить в предыдущую вершину и избрать очередной вариант продолжения; если не достигло к, но все варианты продолжения из текущей вершины исчерпаны, необходимо также отступить в предыдущую вершину. Каждый раз, когда число дуг оказывается четным, необходимо проверить, не замкнулся ли путь в начальной вершине. Если путь замкнулся, необходимо вычислить коэффициент использования пробега и сравнить его с граничным значением. Если полученное значение больше допустимого, то замкнутый путь является допустимым маршрутом и его надо зафиксировать.

Число путей, которые просматриваются во время перебора, зависит от количества вариантов различных продолжений в каждой вершине. Общее число вариантов в пунктах погрузки равно числу заявок. Число возможных

продолжений в пунктах разгрузки существенно больше. Заметим, что в методе таблиц связей общее число вариантов продолжений в пунктах разгрузки было ограничено числом оптимальных поставок порожних автомобилей и равнялось $(t + n - 1)$. При этом может оказаться, что прежде чем мы найдем допустимый маршрут, придется перебрать почти все возможные пути. Для того чтобы сократить перебор, необходимо каким-либо образом уменьшить число выбираемых вариантов продолжения..

Очень простой, но достаточно эффективный прием состоит в упорядочении вариантов продолжений при организации перебора путей. Обычно продолжения выбираются в порядке нумерации пунктов. Так мы поступали при решении задачи методом таблиц связей. Для того чтобы во время перебора отдать предпочтение хорошим маршрутам, нужно расположить варианты так, чтобы в пунктах погрузки расстояния продолжений убывали, а в пунктах разгрузки возрастали. Тогда в первую очередь будут рассматриваться такие пути с высоким коэффициентом использования пробега, в которых груженные звенья наиболее длинные, а порожние наиболее короткие. Описанный прием основан на разумных соображениях, однако он не сокращает перебора, если допустимый маршрут не появляется. Рассмотрим метод уменьшения числа вариантов продолжения, который приводит к сокращению перебора.

Метод гарантированного эффекта

Предварительно введем специальный способ сравнения коэффициента использования пробега с граничным значением. Пусть имеется некоторый маршрут, в котором известен груженный пробег и порожний, а также коэффициент использования пробега.

Зная допустимое значение коэффициента использования пробега, мы можем определить граничное значение коэффициента эффективности и далее считать, что в допустимых маршрутах груженный пробег должен превышать порожний более чем в несколько раз. В допустимом маршруте груженный пробег должен превышать приведенный порожний пробег (условие допустимости маршрута)

Таким образом, для оценки качества маршрута можно с одинаковым успехом использовать коэффициент, использования пробега маршрута или коэффициент его эффективности.

Способы оценки, и понятие допустимости не используют свойство замкнутости, поэтому их можно применить не только к маршрутам, но и к любым их фрагментам, в частности к путям, которые мы просматриваем в процессе перебора. Добавим к правилам движения, определяющим алгоритм перебора путей, еще одно правило: движение по графу продолжается до тех пор, пока пройденный путь остается допустимым.

Использование оценки путей для отсечения их продолжений в недопустимые состояния весьма эффективно при машинной реализации методов маршрутизации. В памяти нужно хранить исходную информацию и текущий путь с его оценкой. Вычисление оценки сводится к ее коррекции по простейшим правилам: при присоединении к пути новой дуги ее длина прибавляется к оценке; при отступлении в предшествующую вершину оценка уменьшается на длину соответствующей дуги. Если прибавление длины дуги может сделать значение оценки отрицательным, - присоединение дуги не производится, а выбирается другое продолжение. В результате сокращенного перебора получается не просто допустимый маршрут. Он обладает так называемым свойством гарантированного эффекта: при движении по этому маршруту из начального пункта оценка пройденного пути в любой момент остается неотрицательной. А это означает, что коэффициент использования пробега, подсчитанный по пройденной части маршрута, в любой момент времени оказывается не меньше заданного граничного значения и груженный пробег всегда будет в несколько раз превышать порожний.

Кольцевой маршрут называется привязанным, если один из пунктов погрузки этого маршрута зафиксирован в качестве начального. Один и тот же кольцевой маршрут порождает несколько привязанных маршрутов, которые следует считать разными. Свойство гарантированного эффекта могут иметь или не иметь только привязанные маршруты. Для кольцевого маршрута, в котором начальная точка не определена, это свойство также не определено. Однако будем говорить:

кольцевой маршрут имеет полную гарантию эффекта, если таковую имеют все его привязанные маршруты;

кольцевой маршрут имеет частичную гарантию эффекта, если хотя бы один его привязанный маршрут обладает свойством гарантированного эффекта .

Сформулируем и докажем утверждение, которое обосновывает использование сокращенного перебора для поиска допустимых маршрутов. Любой допустимый кольцевой маршрут всегда имеет по крайней мере частичную гарантию эффекта. Требуется доказать, что существует хотя бы один пункт кольцевого маршрута, такой, что если начать движение в этом пункте, оценка любого пройденного пути будет неотрицательна. Заметим, что этим пунктом обязательно должен быть пункт погрузки, так как, начиная движение из любого пункта разгрузки, мы получаем отрицательную оценку после первого же шага.

Будем проводить доказательство методом от противного. Предположим, что при движении из любого пункта маршрута оценка пройденного пути в какой-то момент обязательно станет строго отрицательной. Для дальнейшего отметим, что оценка пути, составленного из частей, равняется сумме оценок этих частей.

Выберем произвольно начальный пункт и будем двигаться из него по маршруту, совершая один оборот за другим. Рассмотрим пройденный путь и разобьем его на последовательные участки, непосредственно примыкающие друг к другу. Конец первого участка зафиксируем в том пункте, где оценка этого участка станет отрицательной. Примем этот пункт за начало следующего участка. Оценку второго участка начнем считать заново и выберем его длину так, чтобы эта оценка была отрицательной. Продолжая этот процесс, мы представим как угодно длинную часть пути в виде последовательности участков с отрицательными оценками. В соответствии с предположением противного, в каком бы пункте не начинался очередной участок, всегда можно так выбрать его конец, что оценка участка будет строго отрицательна.

Если рассмотреть достаточно длинный путь, то число таких граничных пунктов в нем будет больше, чем число пунктов в маршруте. Тогда среди граничных пунктов обязательно повторится хотя бы один пункт маршрута. Поскольку маршрут состоит из целого числа участков, оценки которых строго отрицательны, то сумма оценок этих участков, также строго отрицательна. Отсюда следует, что оценка одного оборота меньше нуля. Но так как по условию оценка допустимого маршрута больше нуля то мы пришли к противоречию, таким образом утверждение доказано. Организуем поиск допустимых маршрутов следующим образом: будем последовательно

назначать все пункты погрузки начальными и для каждого из них осуществлять сокращенный перебор путей. Если допустимый маршрут существует, то он обязательно найдется, так как каждый его пункт погрузки во время перебора побывает в качестве начального пункта. При этом он будет найден в варианте привязки с гарантированным эффектом.

При решении задачи маршрутизации в целом мы предусматривали два этапа. На первом этапе строится множество допустимых маршрутов. На втором этапе для нахождения плана маршрутизации решается задача линейного программирования, которая позволяет выбрать такие интенсивности маршрутов, что общий пробег будет минимальным. В множество включаются кольцевые маршруты с определенными ограничениями на их характеристики и все маятниковые маршруты. При решении задачи линейного программирования интенсивности маятниковых маршрутов будут принимать ненулевые значения только в силу необходимости. По возможности в план будут включаться кольцевые маршруты с высоким коэффициентом использования пробега, так как именно за счет них будет минимизироваться общий пробег. По этой причине в множество целесообразно включать все допустимые кольцевые маршруты. Общее число их может оказаться очень велико. В этом случае, несмотря на то что сокращенный перебор уменьшает трудоемкость поиска, в целом построение такого множества потребует значительного времени счета и большую память для хранения всех маршрутов,

Однако известно, что в силу свойств задачи линейного программирования число маршрутов, которые войдут в оптимальный план с ненулевыми интенсивностями, не будет превышать числа заявок. Это означает, что независимо от того, сколько маршрутов было в допустимом множестве, в оптимальном плане будет использовано только небольшое их число. Таким образом, значительная часть работы по формированию большого такого множества осуществляется впустую.

Отмеченный недостаток двухэтапной схемы решения задачи можно устранить, соединив процессы выбора оптимальных интенсивностей и поиска маршрутов в один этап. Метод решения задачи линейного программирования, интерпретированный для нашей задачи, состоит в следующем. Имеется некоторая базисная совокупность маршрутов, которая позволяет реализовать план поставок. Число маршрутов в этой системе равно

числу заявок. Базисный план образуют неотрицательные интенсивности базисных маршрутов.

Протяжённости базисных маршрутов известны, общий пробег имеющегося плана маршрутизации определен. Общий пробег плана считаем распределенным между всеми заявками. Для каждой заявки вводится значение общего пробега, приходящегося на единицу поставки. Таким образом, оценка одной единицы поставки по заявке, выраженная в единицах общего пробега плана выражена в единицах общего пробега равна сумме цен заявок, связанных с этим маршрутом.

Если все характеристики текущего базисного плана известны, то можно установить, какой маршрут из числа допустимых может улучшить показатели плана. Очевидно, это должен быть такой маршрут протяженность которого меньше, чем сумма оценок заявок, входящих в этот маршрут. Эта процедура включения осуществляется по формальным правилам симплекс-метода. Если же среди допустимых маршрутов нет ни одного, для которого это условие справедливо, имеющийся базисный план является оптимальным планом маршрутизации. Имея базисный план и зная значение, мы будем отыскивать только такой допустимый маршрут, который может уменьшить общий пробег. Рассмотрим полное звено маршрута, состоящее из груженой и порожней дуги.

Примем за формальную длину груженой дуги величину и порожней. Тогда значение оценки можно представить как сумму длин дуг, составляющих маршрут. Сконструированная оценка отличается от оценки гарантированного эффекта только тем, что используются неприведенные порожние расстояния, и за длины груженых дуг принимается разность между ценой заявки и груженым расстоянием. Далее оценка распространяется на любые пути и используется для сокращения перебора поиска маршрута.

При построении этой оценки можно формально ввести границу коэффициента эффективности маршрут. Она имеет следующий смысл: она задает нижнюю границу экономии общего пробега, которую должен дать маршрут на единицу интенсивности. Фактически она случае ускоряет решение задачи линейного программирования, но уменьшает точность оптимизации, тогда как в предыдущем случае введение подобной границы ускоряло поиск допустимых маршрутов, но уменьшало их общее число.

В практических расчетах границу эффективности устанавливают сначала достаточно большой, затем проводят оптимизацию плана. Далее границу понижают и продолжают расчеты до получения оптимального плана. Таким образом, граница постепенно уменьшается, и каждый раз проводится оптимизация с определенной точностью.

Маршрутизация с учетом подачи и возврата подвижного состава

В практике наиболее типичными являются случаи, когда автомобили существенную долю пробега тратят на движения от места стоянки до места работы и обратно. Это особенно распространено в крупных городах и районах с высокой интенсивностью

грузовых перевозок. В таких условиях ограничены возможности организации стоянок, а пунктов погрузки и разгрузки бывает так много, что приблизить стоянки ко всем этим пунктам все равно невозможно. Увеличение общего расстояния подачи и возврата связано также с централизацией автотранспорта и с его концентрацией в крупных автотранспортных предприятиях и объединениях.

Затраты на подачу и возврат подвижного состава нельзя считать полностью бесполезными. Известная доля их является объективно необходимой платой за эффективность, полученную в других показателях. Например, централизация управления перевозками подразумевает возможность маневра подвижным составом для обслуживания колеблющегося во времени спроса на перевозки. Такой маневр приводит к увеличению расстояния подачи, но в то же время он увеличивает общий объем транспортной работы. В этом случае альтернативой к увеличению затрат на подачу являются простои и сокращение объема выполненной работы.

Введем в рассмотрение пункты стоянок автомобилей, которые будем называть автохозяйствами. Вместо понятия кольцевого маршрута как замкнутой последовательности груженых и порожних ездов введем понятие маршрута, который является схемой движения автомобиля с момента выезда из автохозяйства до момента его возвращения. По существу мы будем рассматривать маршруты, соответствующие сменно-суточным заданиям.

Интенсивность маршрута будем измерять не в числе оборотов, а в количестве автомобилей, выполняющих этот маршрут. Характеристиками маршрута-задания по-прежнему будем считать его общую протяженность,

число звеньев, коэффициент использования пробега или порожний пробег. Введем условия, которым должны удовлетворять характеристики маршрутов, и понятие допустимого маршрута-задания. Главное отличие рассматриваемых маршрутов от кольцевых состоит в том, что их протяженность должна быть ограничена не только сверху, но и снизу, так как должна быть близка к планируемому среднесменному пробегу. Двусторонние ограничения на протяженность создают не только трудности при наборе допустимых маршрутов, но и при выборе самих границ. Если задать эти границы слишком жестко, то допустимых маршрутов будет очень мало или совсем не будет. Если допустить колебания фактических сменных пробегов, то большие отклонения от нормы делают эти задания некачественными и затрудняют их выполнение. Если автомобиль окажется недогруженным в течение смены, то водитель будет вынужден искать дополнительную работу. Если же он будет перегруженным, то выполнение последних ездов в задании окажется под угрозой срыва.

Обычно при формировании маршрутов используют только верхнюю границу сменного пробега, а при появлении слишком коротких маршрутов их дополняют вручную. Основным способом формирования допустимых маршрутов-заданий является указание числа груженых ездов. В сочетании с верхним ограничением на протяженность такой способ дает хорошие результаты. Примером определения множества допустимых маршрутов может служить следующее.

1. Допустимым рациональным считается маршрут, в котором:
 - а) число ездов не менее 3;
 - б) при количестве ездов более 3 протяженность не превышает 120 км;
 - в) коэффициент использования пробега не менее 0,6.
2. Допустимым маятниковым маршрутом считается маршрут, в котором:
 - а) число ездов не менее 3, а в разные адреса - не более 2;
 - б) при количестве ездов более 3 общая протяженность не более 130 км.
3. Допустимым фиктивным маршрутом считается любой маршрут с одной груженой ездой.

Введение фиктивных заданий необходимо для того, чтобы план маршрутизации формально обеспечивал выполнение всех заявок и в том случае, если они крайне невыгодны с точки зрения порожнего пробега. В дальнейшем такие маршруты будут включаться в план только для реализации тех заявок, которые не могут быть выполнены многозвенными маятниковыми или рациональными маршрутами.

При составлении плана маршрутизации, в соответствии с определением допустимых маршрутов пользуются следующими приемами. В верхней части плана изображаются транспортная сеть и потребности в перевозках в виде стрелок с указанием числа ездов. Ниже приводятся схемы маршрутов, интенсивности которых записаны в скобках. В план указывают рациональные маршруты и фиктивные маршруты, а также заявки которые остались не выполненными.

При анализе плана необходимо изыскивать дополнительные возможности для выполнения оставшихся ездов. Можно например, увеличить продолжительность смены одного из автомобилей, работающих на маршруте. Для нахождения плана маршрутизации с учетом подачи и возврата автомобиля используется модель линейного программирования. При этом можно рассматривать несколько автохозяйств и учитывать ограничения на количество автомобилей, которое используется в этих автохозяйствах для выполнения заданного плана поставок.

Построение маршрута с наилучшей оценкой

При решении сформулированной задачи, как и в предыдущих случаях, основная трудность заключается в построении множества допустимых маршрутов. При этом введение в задачу автохозяйств и более жестких ограничений на маршруты делает рассмотренный ранее метод гарантированного эффекта малоприменимым. Рассмотрим метод построения маршрутов, в котором сокращение перебора основано на универсальном принципе, известном под названием принципа динамического программирования. В настоящее время динамическое программирование можно считать основным инструментом построения маршрутов при решении задач полнопартионной маршрутизации.

Построение маршрута можно представить как процесс последовательного присоединения очередных элементарных звеньев к пути, выходящему из некоторого заданного автохозяйства. Элементарным звеном

мы называем езду между парой любых пунктов. Путь, содержащий несколько элементарных звеньев, обозначается как последовательность пунктов.

Построив путь, содержащий несколько звеньев, мы окажемся в пункте разгрузки. Если к этому пути присоединить езду в автохозяйство, мы получим многозвенный маршрут, содержащий несколько элементарных звеньев. Поставим следующую задачу. Для заданного автохозяйства среди многозвенных маршрутов найти маршрут с максимальной оценкой. В общем случае оценкой пути или маршрута мы называем любую характеристику, вычисляемую как сумму характеристик простых звеньев. Вначале рассмотрим ее как разность груженых и порожних расстояний.

В алгоритме динамического программирования для построения всех наилучших многозвенных путей строятся все наилучшие многозвенные пути, где количество звеньев последовательно приобретает значения от единицы до заданного значения. Для выполнения алгоритма заполняется специальная таблица. Каждая колонка этой таблицы предназначена для записи оценок всех наилучших путей с несколькими звеньями. Строки таблицы соответствуют номерам пунктов. Заметим, что один и тот же пункт отправления, неоднократно выступает в различных ролях. Он может быть концом наилучших маршрутов с различными значениями

Эти «роли» пронумерованы и обозначены и для каждой из них сопоставлена оценка многозвенного пути, ведущего в пункт разгрузки. Процесс начинается с заполнения первой колонки, т. е. с построения всех однозвенных путей, которые соответствуют подаче автомобилей из автохозяйств к пунктам отправления. Полученные оценки записываются в соответствующие клетки, рядом в скобках записывается номер соответствующего автохозяйства. Далее заполняется вторая колонка, за ней третья и так далее до последней колонки.

Алгоритм заполнения всех колонок, начиная со второй, по существу одинаков, за исключением небольших различий для четных и нечетных номеров. Перебирая различных отправителей, связанных с получателем, мы получим все возможные варианты завершения нечетнозвенных путей в пункте и вычислим их оценки. Для выбора наилучшего пути необходимо выбрать максимальную из этих оценок и запомнить номер пункта отправления, через который этот путь должен проходить.

Оценки вычисляются для всех пунктов и записываются в соответствующие клетки нечетных колонки. В случае, если количество звеньев было четным, рассматриваемые варианты многозвенных путей ведут в пункты отправления. В этом случае звено может связывать отправителя с любым предыдущим пунктом разгрузки. Поэтому число вариантов, из которых выбирается наилучший, будет больше, чем в предыдущем случае.

Если в задаче имеется несколько автохозяйств, маршруты с наибольшей оценкой находятся для каждого автохозяйства, а затем среди них выбирается наилучший.

Описанный метод так же, как и метод гарантированного эффекта, может использоваться при решении задачи линейного программирования в качестве проверки оптимальности плана маршрутизации и нахождения маршрутов, улучшающих текущий базисный план. В этом случае вместо грузеных расстояний используются двойственные оценки заявок и к оценке маршрута должна быть прибавлена двойственная оценка соответствующего автохозяйства. Для текущего базиса с помощью процедуры динамического программирования отыскивается маршрут с максимальной оценкой. Если полученная оценка не положительна, то базисный план оптимален, обратном случае маршрут может улучшить план и поэтому вводится в базис.

ЛЕКЦИЯ 7. ПЛАНИРОВАНИЕ МАЯТНИКОВЫХ ПЕРЕВОЗОК МАССОВЫХ ГРУЗОВ

Общая постановка и классификация задач

Рассмотренные задачи и методы рациональной кольцевой маршрутизации, возникающие при централизованном обслуживании многих грузоотправителей, далеко не исчерпывают проблему планирования маршрутов. Практика показывает, что объем перевозок по кольцевым маршрутам не превышает 20% от общего. Поэтому в массе случаев возникают задачи планирования работы монопоставщиков, под которыми понимаются грузоотправители, условно дифференцированные по укрупненной номенклатуре грузов с учетом специализации подвижного состава. Маятниковые маршруты, обслуживающие монопоставщиков, как правило, не могут быть спланированы качественно в рамках одной задачи совместно с рациональными, так как они оцениваются с различных позиций и по разным критериям. Планирование таких маршрутов целесообразно рассмотреть как самостоятельную задачу.

Маятниковой маршрутизацией будем называть построение совокупности маршрутов, обеспечивающих вывоз груза от монопоставщика по заданному множеству заявок. Целью маршрутизации является определение числа автомобилей, необходимых для выполнения всех заявок, и составление для каждого из них сменно-суточного задания с указанием последовательности груженых ездов.

Задачи маятниковой маршрутизации, несмотря на простоту общей формулировки, имеют различные варианты постановки. Это объясняется разнообразием условий транспортного процесса, которые в той или иной ситуации становятся определяющими факторами. Влияние условий на характер планирования имеет место не только при маятниковых, но и при кольцевых маршрутах. Однако кольцевая маршрутизация является частной задачей планирования перевозок, направленной на улучшение единственного показателя - коэффициента использования пробега. Эта цель кольцевой маршрутизации доминирует в любых постановках и поэтому не порождает их разнообразия. Маятниковые перевозки представляют наиболее массовые транспортные процессы. Поэтому именно в них проявляются различные факторы, присущие автомобильным перевозкам.

При составлении маятникового маршрута проблема выбора ' возникает только в пункте погрузки. Каждый раз, когда порожний автомобиль возвращается от грузополучателя и его сменное время еще не исчерпано, требуется назначить очередную груженую езду. Если времена рейсов к разным получателям сильно отличаются друг от друга, выбор варианта продолжения работы в маршруте автомобиля существенно влияет на качество всего маршрута в целом. Если же получатели удалены от пункта погрузки почти одинаково и продолжительности всех рейсов близки к среднему, то альтернативных вариантов в выборе очередной езды по существу нет. Вопрос лишь в том - имеется ли полная партия груза в тот или иной пункт доставки.

Это, в свою очередь, зависит от того, сколько было заявлено груза всего, сколько уже включено в доставку другими маршрутами. Если подвижной состав, которым мы располагаем, имеет одинаковую грузопместимость, объем заявки с самого начала можно перевести в целое число партий. При разных грузопместимостях подвижного состава этого заранее сделать нельзя, так как мы не знаем, какие именно автомобили будут обслуживать данную заявку. В некоторых случаях проблема комплектации партии и выбора подвижного состава является решающим звеном в составлении плана. Важными факторами, влияющими на характер маршрутизации, являются также ограничения мощности погрузочных механизмов, необходимость доставки груза в заданное время, временный дефицит подвижного состава и т. п. При постановке конкретных задач обычно учитывают наиболее существенные факторы.

Построение универсальной математической модели маятниковой маршрутизации имеет смысл только в методическом плане, так как ее практическая реализация является весьма сложной и трудной из-за отсутствия информации для всего многообразия условий.

Не будем строить универсальную модель. Вместо нее введем некоторую классификацию, которая позволит в дальнейшем отразить разнообразие и сложность задач, а также наметить конструктивные подходы к их решению. В основу такой классификации положена система признаков. Процесс планирования маршрутов можно рассматривать как соединение имеющихся ресурсов с заказанной транспортной работой с учетом динамики ее выполнения. Первая группа признаков характеризует варианты задания.

Признаки этой группы, указывают на наличие жестких требований по объему вывоза груза и на степень разнообразия в затратах времени на выполнение отдельных заявок. Вторая группа признаков характеризует ресурсы. Признак определяет свободное установление продолжительности маршрутов. Третья группа признаков характеризует динамику процесса перевозок.

Статические задачи

Рассмотрим классы задач, в которых первые четыре признака доминируют, а последние можно считать второстепенными. Это ситуации, в которых фронт погрузки неограничен и моменты доставки груза потребителям не указаны. Назовем такие задачи статическими задачами маятниковой маршрутизации. В общей постановке будем предполагать наличие всех остальных четырех признаков. В этом классе одновременно решаются вопросы рационального соизмерения продолжительности рейсов в маршруте с нормативной продолжительностью смены и грузопместимости автомобилей с объемом заявки.

Маршрутом автомобиля назовем последовательность номеров заявок. Номера заявок могут повторяться в одном маршруте. Совокупность значений заявок полностью определяет состав маршрута, за исключением последовательности выполнения рейсов. В статических задачах эта последовательность не существенна и может выбираться произвольной. Поэтому маршрутом автомобиля можно называть столбец матрицы, а сама эта матрица является планом маршрутизации.

Принято время измерять в часах, грузопместимость - в тоннах, объемы работ - в тонно-часах. Сумму тонно-часов в плане маршрутизации назовем *затраченной работой*. Величина общей работы может быть выражена как суммарная характеристика заявок или маршрутов, что в конечном итоге эквивалентно. Важным показателем плана является работа, выполненная в рамках нормативной продолжительности смены. Работа в пределах смены равна затраченной работе за вычетом суммарной переработки в тонно-часах. Выполненную работу необходимо сопоставлять не только с затраченной, но и с общим объемом работы по заявкам.

Выполненную работу можно выразить через заявленную за вычетом общего недовывоза в тонно-часах: Соответственно работа в пределах смены равна ресурсу без общей недоработки:

Для показателей качества плана введем следующие коэффициенты: использования грузоподъемности, обеспечения плана ресурсом, выполнения заявок, использования ресурса.

Оптимальным планом теоретически будем считать такой, в котором общий коэффициент эффективности плана максимален. Этот коэффициент соотносит конкретный план с идеальным и показывает, сколько на 1 т-ч доставленного груза тратится тонно-часов предоставленного ресурса. Все отклонения от идеального плана приводят к уменьшению соответствующих коэффициентов и к пропорциональному уменьшению общей эффективности. Для практического построения планов критерий общей эффективности использовать трудно, поэтому его мультипликативное представление заменяют аддитивным. Степень отклонения коэффициентов качества плана от единицы представляют собой общие отклонения плана от заданных условий по объему вывоза и продолжительности смен. Общую модель статической задачи маятниковой маршрутизации можно записать в форме минимизации линейной функции от отклонений: требуется найти целые неотрицательные величины минимизирующие функцию. Штрафные коэффициенты позволяют модифицировать модель в зависимости от конкретных условий.

Использование простейших моделей в эвристических алгоритмах планирования

При автоматизированном составлении сменно-суточных заданий используются эвристические алгоритмы, в которых моделируются простейшие действия диспетчера. Суть их состоит в следующем. При составлении плана маршруты строятся последовательно. С каждым шагом множество заявок и автомобилей, оставшихся для маршрутизации, сокращается; построенные маршруты включаются в план и далее не пересматриваются. Все эвристические алгоритмы отличаются большой скоростью решения, что является их важным достоинством. К недостаткам можно отнести отсутствие хороших оценок отклонений полученного плана от оптимального. При создании эвристических алгоритмов строгое понятие оптимального плана вообще не вводится. Разные алгоритмы отличаются друг от друга правилами выбора очередной пары объектов «заявка - автомобиль» для соединения их в маршрут. Обычно эти правила реализуют некие критерии, имеющие смысл только в локальной ситуации. На первых порах

конструирование правил являлось индивидуальным творчеством автора программы на ЭВМ и отражало его представление о конкретном объекте.

Приемы и правила, которые включались в эвристические алгоритмы на основе анализа формальных моделей, можно рассматривать как важнейшие типовые средства конструирования, разумно дополняющие творчество разработчиков. Рассмотрим простейшие экстремальные модели, которые можно использовать как типовые средства при решении статических задач различных классов.

Задача с отсутствием разнообразия. Округлив в заявках количество ресурсов, заданных в числе ездов, можно представить план маршрутизации в виде неотрицательного решения системы уравнений. Это условия известной нам транспортной задачи, которая; всегда имеет целочисленный допустимый план. Коэффициент эффективности плана равен единице, так как работа сбалансирована с ресурсами. При построении плана можно учитывать другие критерии качества, например равномерность распределения по маршрутам числа ездов в разные адреса.

Задача с нежесткими заданиями на вывоз. Заявки поданы с некоторым избытком. Реальный коэффициент выполнения заявок мы не рассматриваем. Установим некоторые границы в выполнении заявок, которые будем считать удовлетворительными, и наберем наиболее качественные маршруты, ограничивая продолжительность смены. Наилучшие маршруты можно строить, решая задачу о загрузке. Мы можем искать маршрут, который на заданном множестве заявок максимально использует продолжительность смены. В алгоритме построения плана можно последовательно набирать маршруты, ограничивая множество. Заявки, которые уже удовлетворены, следует исключать из множества. Иногда вводят некие поправки, с помощью которых можно задавать предпочтения внутри множества заявок.

Задача с нежесткой продолжительностью смены. Она симметрична предыдущей. Поскольку продолжительность смены не задана, будем в первую очередь удовлетворять заявки, а продолжительность работы учитывать приближенно. Установим границу возможной недогрузки и будем последовательно для каждой заявки набирать комплект грузо-подъемностей из числа имеющихся, решая следующую задачу. Решая эту задачу последовательно для каждой заявки, будем строить маршруты параллельно.

Если некоторый автомобиль оказывается достаточно загруженным, его следует исключить из множества.

При реализации многих эвристических алгоритмов правила набора маршрутов представляют собой последовательную комбинацию предпочтений либо автомобилям, либо заявкам в зависимости от соотношений объемов работы и ресурсов. В таких алгоритмах попеременно возникают рассмотренные задачи, которые в программах сменно-суточного планирования точно не решаются. Обычно для набора заявок в маршрут или грузоподъемностей в заявку задают диапазоны отклонений и все варианты, укладывающиеся в них, считаются удовлетворительными.

Метод агрегирования

Отказ от точных методов решения экстремальных задач происходит по двум причинам. Первая состоит в прогрессирующем росте трудоемкости этих методов при увеличении числа рассматриваемых объектов. Вторая причина заключается в ненужности точных решений, поскольку в оперативных задачах сами условия и цели определены неточно. Тем не менее категорический отказ от использования математических экстремальных задач и точных методов их решения не оправдан, так как не всегда целесообразно с увеличением числа рассматриваемых объектов увеличивать размеры математических задач. Как правило, эти задачи можно сформулировать в других понятиях, приводящих к рассмотрению меньшего числа объектов. Практическим средством могут служить различные методы агрегирования. Если нет точных определений условий и целей задач оперативного планирования, то нет смысла рассматривать подробные варианты плана. Более целесообразно найти оптимальный план в укрупненных показателях. Методы агрегирования являются основным инструментом преодоления сложности в народнохозяйственном планировании на всех уровнях, поэтому было бы странным не использовать их как типовой прием при решении задач планирования перевозок.

Число агрегированных заявок не может быть велико, так как величин, которые имеет смысл различать, не может быть много. Автомобили объединяются в две группы (например, по грузоподъемности). Сформулируем задачу маршрутизации для агрегированных объектов. Агрегированным маршрутом назовем набор целых неотрицательных величин, равных числу ездов по заявке. В агрегированных маршрутах не

будем допускать переработку, поэтому введем понятие допустимого маршрута по условию продолжительности смены маршрута.

Оптимальным планом агрегированной задачи назовем такой набор плана заявками и ресурсами, при котором будет выполнена максимальная работа

Если предположить, что ресурсы предоставлены в достаточном количестве, поэтому потребуем обязательное выполнение всех заявок. Тогда для оптимизации плана можно минимизировать общий объем недоработки. В результате имеем задачу линейного программирования:

Используем полученный результат для составления плана маршрутизации. Прежде всего дезагрегируем маршруты оптимального плана. Для каждого из них разделим интенсивность на соответствующую грузоподъемность и округлим результат до ближайшего целого. Получим число автомобилей, необходимое для реализации маршрута. Рассмотрим вновь таблицу, строки которой соответствуют исходным заявкам, а столбцы - автомобилям, реализующим оптимальные агрегированные маршруты. Строки и столбцы таблицы разделим жирными линиями таким образом, чтобы получить табличное представление агрегированной задачи. Каждый элементарный столбец таблицы входит в один из столбцов агрегированного маршрута, а элементарная строка - в строку агрегированной заявки.

Элементарные клетки, предназначенные для записи значений, входят в агрегированные клетки, для которых известны значения оптимального плана. При составлении плана необходимо лишь соблюдать правила заполнения колонок в пределах одной агрегированной заявки. Такой простейший метод заполнения таблицы дал результаты, которые не хуже диспетчерского решения. В дальнейшем после подсчета значений можно провести простые изменения ездов внутри агрегированных заявок, направленные на выравнивание этих значений. Итак, для построения плана нужно:

- агрегировать заявки и ресурсы;
- найти оптимальные агрегированные маршруты;
- деагрегировать эти маршруты в элементарные;
- удовлетворить исходные заявки с помощью совокупности дезагрегированных маршрутов.

При этом для оптимизации агрегированного плана решается: задача линейного программирования малого размера, по крайней мере с малым

числом строк. После ее решения исходная задача сводится к нескольким задачам более простого класса и в каждой из таких задач число заявок существенно меньше, чем в исходной. Таким образом, метод агрегирования приводит к декомпозиционной схеме решения проблемы: и позволяет при увеличении числа заявок на порядок медленнее увеличивать размеры экстремальных задач.

Причем, возможность существования большого числа допустимых маршрутов в агрегированной задаче не является; препятствием для применения описанной схемы. При решении; задачи линейного программирования не нужно заранее формировать все допустимые маршруты, достаточно в процессе решения хранить только базисные, имеющие ненулевую интенсивность. Число базисных маршрутов не будет превышать общего количества агрегированных заявок и ресурсных групп. Для проверки условий оптимальности применяется прием - сформулируем задачу отыскания нового допустимого маршрута, максимально улучшающего текущий базисный план.

Для фиксированного, в силу небольшого числа агрегированных заявок задачу можно решать с помощью алгоритма динамического программирования. Таким образом, агрегирование позволяет в процессе декомпозиции использовать математическую модель простого класса задач, сохранив ее малые размеры.

Алгоритм составления непрерывного графика

В качестве примера задачи с учетом динамики рассмотрим планирование маятниковых маршрутов в ситуации, когда пропускная способность пункта погрузки существенно ограничена. Для упрощения представим пункт погрузки в виде погрузочного механизма, которому на погрузку одного автомобиля требуется время. Максимальная пропускная способность пункта достигается в том случае, если погрузочный механизм работает непрерывно. Тогда автомобили могут отправляться в рейсы с максимальным темпом.

Сформулируем простейшую задачу, в которой пункт погрузки является «узким местом». Период планирования представим в виде последовательности моментов времени, следующих через определенный интервал. В каждый момент времени под погрузку может встать один автомобиль. Будем считать, что с этого момента для него начинается

очередной рейс. Все временные интервалы, в частности время выполнения рейсов, измеряются в числе тактов. В оптимальном варианте отправления в рейсы должны происходить в каждый момент времени. В этом случае погрузочный механизм будет работать без простоев, и все отправления будут выполнены за несколько первых тактов. Возможности организации непрерывной работы зависят от наличия автомобилей. В случае их дефицита возникнут простои погрузочного механизма. При избытке автомобилей обеспечивается непрерывность погрузки, однако при этом возникают простои автомобилей. Рассмотрим совокупность из восьми одинаковых заявок с временем оборота, равным четырем тактам.

Очевидно, что графики работы автомобилей с простоями - неудовлетворительны. В дальнейшем будем рассматривать только непрерывные графики, в которых и погрузочный механизм, и каждый автомобиль в течение смены работают непрерывно. В непрерывном графике автомобили не имеют простоев между езками, и все потери времени в плане складываются из ожидания первых погрузок и свободного времени, оставшегося до-конца смены. Если при наличии автомобилей все они отправляются в рейсы в течение первых тактов, то ожидания первых погрузок можно не учитывать, ибо в этом случае они объективны. Будем рассматривать только такие графики, в которых сразу выпускаются все автомобили. Тогда надо будет учитывать лишь свободное время до конца смены. Если автомобиль заканчивает последнюю езду раньше некоторого такта, то он оказывается необеспеченным работой. Поэтому оставшийся интервал можно интерпретировать как ожидание конца смены.

Непрерывный график будет оптимальным, если в нем все автомобили завершают работу не раньше некоторого такта. Построение оптимального графика - задача весьма сложная. Его легко построить только в том случае, если время всех рейсов одинаково, что может быть при вывозе груза одному потребителю.

При наличии нескольких потребителей времена рейсов принимают различные значения, и задача существенно усложняется. С одной стороны, нет никаких гарантий, что оптимальный график существует для любой совокупности заявок, а с другой - возникают ситуации, когда его можно построить с разным числом автомобилей. Таким образом, понятие оптимального графика не всегда соответствует использованию

минимального числа автомобилей. В связи с этим вместо построения оптимального графика целесообразно решать несколько иную задачу, а именно - строить непрерывный график с наименьшим числом автомобилей. Такая задача более перспективна еще и потому, что всегда существуют непрерывные графики и не всегда оптимальные. Точное решение задачи о наименьшем числе автомобилей, обеспечивающем не-прерывный график, требует перебора очень большого числа вариантов, поэтому для ее решения используется приближенный метод.

Общая схема решения следующая. Фиксируется некоторое значение, а затем делается попытка построить непрерывный график. Если она завершается успешно, то выбранное значение считается допустимым. Последовательно уменьшая значения и проводя для каждого значения построение графика, получим наименьшее допустимое число автомобилей. При построении графика все возможные варианты не перебираются, метод оказывается приближенным. При конструировании конкретных методов важно по возможности сократить число попыток, т. е. найти сразу малое допустимое количество автомобилей.

Вполне удовлетворительные результаты могут быть получены, когда допустимое значение определяется на основе баланса общего объема заявленной работы и общей производительности выделяемых ресурсов подвижного состава.

Перейдем к алгоритму построения непрерывного графика. Введем форму представления исходных данных и самого графика. Исходными данными является последовательность времени выполнения рейсов, записанная в порядке номеров заявок. График будем записывать в матричной форме. Строка матрицы соответствуют автомобилям, столбцы - моментам времени. При построении графика будем обходить нужные элементы матрицы. Первый элемент строки всегда нуль. Нули следуют до первого помеченного элемента, который является началом первой: ездки данного автомобиля. За помеченным элементом следуют числа, отсчитывающие такты с момента выхода автомобиля в рейс. Последнее такое число, равное продолжительности рейса, помечено. При этом пометка соответствует завершению данного рейса и началу следующего.

Алгоритм построения графика состоит в последовательном заполнении столбцов матрицы в порядке возрастания их номеров. Поскольку все

автомобили должны быть выпущены в начальные такты, первые несколько столбцов вместе со своими пометками записываются стандартно. С этого и начинается работа алгоритма. Нижняя графа пока не заполняется, так как мы не знаем, когда завершатся рейсы. Нижняя графа заполняется при закреплении рейсов-заявок за автомобилями. При записи очередного номера заявки в нижнюю графу будем вычеркивать эту заявку из исходной совокупности.

После того как столбец заполнен, в нем необходимо сделать пометку. Значения элементов столбца - это время нахождения всех автомобилей в пути к текущему моменту времени. Помечая элемент, мы фактически выбираем из всех автомобилей один, который должен закончить рейс в данный момент, при этом значение помеченного элемента должно равняться продолжительности завершаемого рейса. Поэтому пометить можно только такой элемент, значение которого совпадает с одним из элементов совокупности заявок. После того как столбец помечен, соответствующая заявка считается выполненной. Она вычеркивается из совокупности заявок, а ее номер записывается в нижнюю графу под предыдущей пометкой в строке, являющейся началом выполненного рейса. На этом формирование очередного столбца заканчивается. В правой части таблицы записаны состояния исходной совокупности заявок. Заявка, закрепляемая за автомобилем на данном шаге, помечается. В дальнейшем она исключается из рассмотрения. В исходном состоянии три автомобиля уже отправлены в рейсы, однако все восемь заявок еще не закреплены. Далее, при каждой пометке одна заявка закреплялась, и один автомобиль снова становился под погрузку. После выполнения пяти шагов остались незакрепленными три заявки, и одновременно три автомобиля назначены на погрузку перед последними езками. Осталось произвести последние три закрепления, которые целесообразно выполнить так, чтобы выровнять продолжительность смен автомобилей.

Из описания алгоритма следует, что при выполнении очередного закрепления элементы, помечаемые в столбце и в совокупности оставшихся заявок, должны быть равны. Очевидно, непрерывный график можно построить только в том случае, если на каждом шаге алгоритма имеется подходящая пара равных элементов. В общем случае никаких гарантий этому нет.

Можно сформулировать следующие условия, при которых построение непрерывного графика с помощью описанного алгоритма гарантировано: если число автомобилей, для которых составляется график, не меньше средней продолжительности рейса, и при выполнении шага помечается пара с максимально возможным значением, то пары равных элементов существуют для всех; столбцов.

Таким образом, всегда можно построить первый вариант непрерывного графика. Для этого достаточно число строк: в матрице установить равным; среднему времени рейса, округленному в большую сторону,, а при расстановке пометок выбирать наибольший элемент-столбца. Далее можно повторять процесс, уменьшая каждый раз число строк на единицу, до тех пор, пока не возникнет коллизия. Последний построенный до конца график можно считать решением задачи.

Простота описанного алгоритма делает его применимым в оперативных условиях при отсутствии ЭВМ. При этом упрощенная постановка задачи не является препятствием, так как она ориентирована на агрегированный подход. Используемые в задаче рейсы и такты погрузки являются условными понятиями, в конкретной ситуации они могут соответствовать агрегированным объектам.

На практике задачу составления графика целесообразно решать в укрупненном масштабе. Продолжительность одного такта выбирается не на основе технических характеристик погрузочных механизмов, а исходя из разумных пределов «жесткости»-планирования. Абсолютное исключение простоев практически невозможно, поэтому за один такт можно принять такой интервал времени, в пределах которого простои считаются несущественными. Далее определяются остальные параметры задачи: число тактов непрерывной работы, средняя интенсивность погрузки за один такт, средняя продолжительность одного агрегированного рейса. При этом в один агрегированный рейс следует включать такие заявки, время доставки которых близко, а общий объем груза соответствует интенсивности одного такта. Все это можно делать при условии, что общий объем вывоза груза соответствует пропускной способности пункта погрузки. Решение полученной агрегированной задачи позволит спланировать такую последовательность выполнения реальных рейсов, при которой вероятность возникновения простоев, превышающих выбранный интервал, будет достаточно мала.

Лекция 8. МАРШРУТИЗАЦИЯ МЕЛКОПАРТИОННЫХ ПЕРЕВОЗОК

Характерные условия и классификация задач

При перевозке груза от немногих крупных (по грузообороту) отправителей многим мелким получателям возникает ситуация, характерная для задач развозки; при доставке грузов от многих мелких отправителей немногим крупным получателям возникают задачи сбора грузов. Практически это наиболее важные и распространенные задачи планирования мелкопартионных перевозок, которые обычно связаны с деятельностью крупных узлов магистрального транспорта (железнодорожных станций, морских и речных портов), производственных центров пищевых и промышленных товаров, безоптовой и розничной торговли и др. К этим же задачам планирования относятся: развоз и сбор различной почтовой корреспонденции, развоз газет, сбор выручки от телефонов-автоматов и т. п.

С управленческой точки зрения, все эти задачи очень схожи и экономически очень важны, так как, с одной стороны, обычно возникают на границах производственной и потребительской сфер народного хозяйства, а с другой, - себестоимость и трудоемкость выполнения этих перевозок наиболее высокие на транспорте.

На пути от изготовителей до пунктов торговли, проходя через систему баз и складов, партии этих товаров дробятся и перегружаются более 10 раз, увеличивая тем самым нагрузку на транспорт.

Значительную специфику в мелкопартионные перевозки вносит то обстоятельство, что они выполняются, как правило, в городских условиях, а это влечет за собой следующие характерные моменты.

В балансе времени работы транспортных средств значительное место занимает время на погрузочно-разгрузочные операции и относительно меньше времени - собственно перемещение грузов. Интенсивность городского движения и фактор загруженности транспортной сети города оказывают весьма существенное влияние на планирование и выполнение этих перевозок. В условиях тесного соседства грузовых и людских потоков особенно остро встает проблема безопасности в организации движения грузопотоков.

Для многих торговых грузов значение перевозок не определяется только узкотранспортными показателями (вес, расстояние перевозки и т. п.), а имеет

значение сохранность (скоропортящиеся продовольственные товары, дорогие товары) и своевременность доставки.

В городских условиях автомобили - один из источников загрязнения воздушного бассейна города и основной источник шума, поэтому проблема разумного регулирования этих перевозок особенно обостряется.

Для решения этого вопроса прежде всего следует упорядочить (классифицировать) все то множество задач планирования, которое проявляется на практике. Во-первых, все множество задач планирования мелкопартионных перевозок разбивается на задачи, в которых осуществляются только развозка или сбор груза, и задачи, в которых то и другое делается одновременно.

С формальной точки зрения, задачи сбора и развозки совершенно эквивалентны и поэтому в дальнейшем мы будем говорить только о множестве задач развозки, которое разбивается на два подмножества: задачи с одним отправителем и более одного отправителя.

Организационные формы взаимодействия отправителей, получателей грузов и самого транспорта выделяют особые подклассы задач развозки. Так, при централизованной системе снабжения однородным грузом каждому получателю безразличен отправитель груза, а при децентрализованной системе снабжения получатели распределены между отправителями.

Аналогичные отношения могут связывать и транспорт: при децентрализованных формах организации работы транспорта парк автомобилей распределен по отправителям и после выполнения очередного задания каждый автомобиль возвращается к нему за новым заданием. При централизованных формах работы каждый автомобиль может брать груз от любого отправителя. Комбинации этих факторов дают четыре характерных ситуации для задачи развозки. Не все эти ситуации одинаково значимы, но каждая из них с теми или иными особенностями представлена на практике.

При одновременном сборе и развозе грузов выделяются те задачи, в которых развозка настолько превалирует под сбором (или наоборот), что при осуществлении развоза сбор выполняется попутно. Такие задачи планируются как развозные. Затем в класс очень сложных и практически не решаемых задач выделяются те случаи, когда при планировании важно учесть не только недопустимость перегрузки автомобиля, но и порядок размещения грузов в

кузове. Остальные задачи развоза - сбора удобно классифицируются как комбинации двух классов задач развозки.

Приведенная классификация охватывает задачи в которых допустимо идентифицировать грузоотправителей и грузополучателей вершинами транспортной сети. Есть, однако, задачи, в которых это допущение или обременительно, или невозможно (сбор почтовой корреспонденции, уборка улиц и др.). В таких случаях возникают задачи, в которых требуется обслужить некоторые дуги заданной сети, причем эти задачи не сводятся к задачам обслуживания вершин сети.

Если обратиться к вопросам построения критериев планирования мелкопартионных перевозок, то со стороны транспорта, согласно его внутренним экономическим потребностям, в оперативном режиме формируются, как правило, критерии качества, основанные на таких количественных характеристиках перевозочного процесса, как протяженность маршрутов, число использованных автомобилей и т. п. Эти критерии отражают стремление с минимальными затратами обеспечить заданный уровень обслуживания потребителей: полноту доставки объемов грузов, своевременность доставки, сохранность груза и т. п. В более редких случаях критерии отражают уровень обслуживания заказчиков транспорта при ограниченных и фиксированных ресурсах, например заданным числом автомобилей обеспечить развозку газет в минимальное время, т. е. получить план с минимальной продолжительностью наиболее протяженного маршрута.

Чаще всего понятие эффективности мелкопартионных перевозок связывается с сокращением общей протяженности маршрутов. Во всяком случае именно при мелкопартионных перевозках этот критерий более других, сравнимых с ним по простоте, сопоставим со стоимостными критериями в обычных условиях оперативного планирования. Вслед за критерием минимизации общей протяженности маршрутов по частоте использования и важности следует критерий максимизации использования грузоместимости занятых автомобилей или очень близкий к нему критерий минимизации числа использованных для перевозок автомобилей.

Широкое разнообразие условий выполнения мелкопартионных перевозок проявляется, во-первых, в многочисленности применяемых критериев решения задач планирования и, во-вторых, в реализации многокритериального процесса выработки решений на практике.

Методы решения задач планирования мелкопартионных перевозок.
Общая характеристика

Несмотря на большое разнообразие задач планирования мелкопартионных перевозок, все они, с математической точки зрения, имеют важные общие черты, позволяющие отнести их к определенному классу задач математического программирования. Общность этих задач прежде всего в том, что множество допустимых решений в них конечно, а каждое допустимое решение строится из исходных элементов по определенным довольно простым правилам.

Таким образом, в каждой из задач необходимо найти решение, доставляющее оптимальное (максимальное или минимальное) значение целевой функции, заданной на конечном множестве допустимых решений. Такие задачи в прикладной математике называются конечными оптимизационными задачами: (задачи дискретной оптимизации или экстремальные задачи комбинаторного типа).

Конечность множества допустимых решений позволяет считать эти задачи принципиально всегда разрешимыми, так как; можно перебрать все решения и выбрать лучшее из них. Однако полный перебор практически неосуществим из-за слишком большого числа допустимых решений в задачах маршрутизации. Поэтому для решения конечных оптимизационных задач вообще, и задач маршрутизации автомобильных перевозок в частности разработан набор приемов, которые можно сгруппировать под следующими названиями: динамическое программирование, целочисленное линейное программирование, метод «ветвей и границ», методы локальной оптимизации, методы случайного поиска, эвристические методы. В каждой из названных групп содержится множество частных методов, специализированных для задач конкретного вида.

Методы локальной оптимизации работают по такой схеме: берется любое допустимое решение задачи и затем достаточно простыми операциями преобразуется с целью улучшения этого решения. Характерно в этих методах то, что от исходного варианта переходим последовательно к лучшим решениям до тех пор, пока простота преобразования не ограничивает в выборе еще не рассмотренных вариантов.

Идея методов случайного поиска довольно проста: произвольным образом формируется и запоминается первое решение задачи; затем

формируется другое решение и если оно лучше имеющегося, то запоминается новое и т. д. При достаточно малых затратах времени на формирование отдельного решения и большом времени работы процедуры можно вполне рассчитывать, что будет найдено, если не лучшее, то достаточно хорошее решение. Метод случайного поиска использовался для планирования поставок молочных продуктов в Москве.

Общий недостаток методов получения приближенных решений - это аналитически не определенная точность их работы. Поэтому принято эффективность таких методов оценивать двояко: в сравнении с методами получения точных решений и в сравнении с существующими методами решения задач, когда они предназначены для внедрения в практику планирования. Первую оценку можно получить для весьма ограниченного размера задач и она имеет преимущественно теоретическое значение, в то время как вторая определяет применимость метода на практике.

Точное решение задачи развозки

Общая идея метода «ветвей и границ» может быть приспособлена для решения любой задачи дискретной оптимизации, в том числе для задачи развозки. При этом эффективность работы метода в смысле времени получения решения для задач фиксированного размера во многом будет зависеть от умения использовать специфику каждой задачи.

Приведем общую идею решения задач развозки методом «ветвей и границ». Пусть требуется развезти груз от отправителя получателям, причем каждому в одинаковом количестве единиц. Для перевозок могут использоваться автомобили, из которых каждый имеет определенную грузоподъемность. Составляем матрицу кратчайших расстояний, причем нумерацию строк и столбцов начнем с номера отправителя. Попытаемся доставить груз всем потребителям выделенными, автомобилями, для чего построим несколько замкнутых в начальный пункт кольцевых маршрутов и таких, чтобы общая их длина была минимальной.

Идея решения состоит в следующем: строка и столбец матрицы, соответствующие начальному пункту, повторяются несколько раз. Получаем матрицу размером соответствующим количеству поставщиков и потребителей.

Эта матрица составлена из четырех подматриц. В левом верхнем углу стоит квадратная подматрица размера 1×1 с заблокированной главной диагональю и нулевыми элементами вне главной диагонали. Справа стоит

подматрица определенного размера из одинаковых строк, каждая из которых равна нулевой строке матрицы без первого элемента.

Если решить задачу для матрицы кратчайших расстояний, то получим маршрут из нескольких звеньев, в котором пункты можно интерпретировать как один и тот же начальный пункт (отправитель). Совместив эти пункты маршрута, получим розетку из нескольких лепестков, исходящих от начального пункта.

Каждый такой лепесток можно было бы считать маршрутом: автомобиля, если сопоставить ему свой автомобиль из имеющихся, и такой, чтобы его грузовместимости было достаточно» для размещения груза всех получателей, формирующих данный лепесток. Полученный маршрут скорее всего дает один лепесток по всем получателям.

После каждого-выбора пары блокируется связь образованного этим выбором фрагмента маршрута с теми ранее полученными фрагментами, которые при сложении дают невыполнимый маршрут из-за отсутствия автомобиля соответствующей грузовместимости.

Чтобы стимулировать рост маршрутов, при равных оценках нулевых элементов в приведенной матрице предпочтение при выборе отдается элементам из подматрицы. С этими дополнениями алгоритм дает нужное решение задачи развозки.

Этот метод обладает одной хорошей особенностью: довольно быстро дает решение, для которого известна оценка, сверху отклонения от оптимального решения. Оказывается, что для большинства реальных задач оптимальное решение находится довольно быстро, а остальное время тратится на проверку оптимальности полученного решения.

На этом свойстве алгоритма основано применение его для получения приближенных решений. В этом случае заранее ограничивается или время решения задачи и в конце берется лучшее из полученных решений, или задается граница отклонения от оптимума и процесс вычислений прекращается при достижении: решения, укладывающегося в заданные пределы.

Ввиду больших вычислительных трудностей применение точных методов решения задач маршрутизации чрезвычайно ограничено, поэтому требования практики вызвали к жизни многочисленные методы приближенного решения задач маршрутизации, из которых рассмотрим

только эвристические как наиболее распространенные и применимые на практике.

Эвристические методы маршрутизации

Преимуществом эвристических методов являются большая гибкость в учете практически важных условий и эффективное использование специфики задач маршрутизации автомобильных перевозок. Благодаря этим свойствам методами эвристического характера достаточно быстро и хорошо решаются задачи маршрутизации, практически всех размеров, причем в постановках, достаточно полно отражающих все реальные обстоятельства возникновения задач.

Из всех методов эвристического характера наиболее подробно остановимся на методе «функций выигрыша», предложенном специально для решения задач маршрутизации автомобильных мелкопартионных перевозок с одним отправителем. Этот метод сейчас наиболее применим для решения задач планирования автомобильных перевозок. Многочисленные модификации его дают возможность получать стабильные по точности результаты в очень короткое время.

Метод основан на понятии «выигрыша» (выгоды, экономии в другой терминологии) от объединения маршрута, заканчивающегося последней ездой в пункте с маршрутом,, начинающимся первой ездой в этом пункте.

«Выигрыш» получается в связи с тем, что введение звена исключает необходимость использовать звенья дополнительные для замыкания первого маршрута и для начала второго. Отсюда делается логически естественный шаг к решению всей задачи: если есть некоторые начальные маршруты, то их можно «укрупнять», объединяя согласую величине выигрыша. Если в первую очередь использовать наибольшие значения выигрышей для всех возможных объединений, то интуитивно можно надеяться на получение хорошего решения. Объединять, по-видимому, следует как можно больше маршрутов, следя при этом за их допустимостью. Это простое соображение (эвристика) лежит в основе всех модификаций метода «функций выигрыша». Применим этот метод к простейшей задаче развозки груза из одного пункта многим получателям.

Общая идея применения метода «функций выигрыша» к задаче развозки состоит в следующем: определяются оценки эффективности введения пар пунктов. Сначала строится система из нескольких маятниковых маршрутов.

Система маятниковых маршрутов удовлетворяет условиям задачи, но содержит слишком много маршрутов с небольшим числом заездов. Будем преобразовывать эту систему, постепенно объединяя маршруты. Слияние маршрутов будем проводить с учетом значений выигрышей, просматривая эти значения в порядке убывания и вводя соответствующие пары в решение. Такой процесс закончится тогда, когда будут просмотрены все значения выигрышей. Если к этому моменту начальная система будет преобразована в допустимую систему.

Если допустима дробимость партий грузов, то решение задачи развозки, с транспортной точки зрения, может быть улучшено и иногда значительно: повышено использование грузоместимости автомобилей и одновременно уменьшен их общий пробег. При этом желательна допустимость большего дробления вблизи пункта отправления.

Использование неоднократной поставки уменьшенными партиями в алгоритмах решения задачи развозки зависит от способа задания условия дробления. Если оно задается фиксированными и более недробимыми порциями, которые можно и желательно только объединять, то задача решается просто. Каждый пункт представляется столькими подпунктами, на сколько порций дробится партия; каждому подпункту назначается для доставки соответствующая порция партии; расстояния между подпунктами устанавливаются нулевыми, а с другими пунктами или подпунктами сохраняются прежними. Таким образом формируется увеличенная по размеру задача, которая легко решается изложенным методом «функций выигрыша». При записи решения этой задачи подпункты, образованные из одного исходного пункта и расположенные последовательно в одном маршруте, объединяются без изменения характеристик маршрута и с суммированием партий грузов.

Дробимость партии груза может быть задана другим способом: ограниченным числом заездов в каждый пункт и ограниченной порцией поставки (снизу). В этом случае каждый получатель также дробится на максимально возможное число подпунктов без назначения им объемов поставки. Затем при работе в алгоритме, корректируется процедура слежения за загрузкой автомобилей так, что каждый подпункт включается в маршрут с объемом поставки, не меньшим заданного ограничения снизу и не большим объема поставляемой партии в исходный пункт. При этом момент фиксации

объема поставки в подпункты данного маршрута относится на возможно поздние этапы вычислений, а после фиксации поставки в другие, не принятые в решение подпункты корректируются с учетом фиксированных объемов.

Перечислим некоторые особые, с точки зрения принятой классификации, задачи планирования мелкопартионных перевозок. В качестве первой отметим задачу с заранее заданным временем поставки грузов получателям. Если сравнительно небольшие интервалы поставки грузов получателям заданы жесткими границами времени, задачи решаются методом «функции выигрыша» с дополнительными проверками на возможность введения пар пунктов в решение.

Процесс планирования мелкопартионных автомобильных перевозок часто осуществляется непрерывно в течение суток, например перевозки молочных продуктов в крупных городах, где организован круглосуточный завоз продуктов в торговую сеть. В этом случае оперативная информация об объемах поставок груза получателям поступает небольшими партиями в течение большей части суток. В результате ни в один момент времени, нельзя сформулировать общую задачу планирования, так как: всегда есть получатели, заказ которых еще неизвестен, и получатели, заказ которых уже должен быть выполнен. В таких условиях общая задача разбивается на последовательно решаемые частные задачи, которые формируются по известным к данному моменту времени заказам. При этом пункты в каждой такой задаче разбиваются на три подмножества:

первое - образуют пункты, заказы которых приняты раньше других, и поэтому эти пункты обязательно включаются в решение, причем располагаются преимущественно в начале маршрутов;

второе - подмножество образуют пункты, заказы которых приняты позже других, и поэтому эти пункты могут не включаться в маршруты данной задачи, а если они включаются, то преимущественно в конце маршрутов;

третье - образуют пункты, занимающие промежуточное положение между пунктами первого и второго подмножеств. Эти пункты обязательно включаются в решение и формируют преимущественно среднюю часть маршрутов.

Попытаемся составить такой план перевозок, чтобы затраты на его реализацию были бы минимальными. Предполагаем, что парк автомобилей разнородный, поэтому минимальных расходов можно достичь не только

разумной маршрутизацией, но и рациональным подбором автомобилей. При этом будем учитывать разную стоимость 1 км пробега и 1 ч эксплуатации для автомобилей различной грузопместимости. Причем правильная работа алгоритма будет обеспечена, если стоимость 1 км пробега и 1 ч эксплуатации будет монотонно расти с увеличением грузопместимости автомобилей. Такое предположение отражает реальные условия.

При использовании однородного парка автомобилей (или парка достаточно близких друг к другу по экономическим характеристикам автомобилей) определяется по формуле для определения выигрышей в единицах пробега.

В связи с широкой распространенностью метода «функций выигрыша» большой интерес представляют различные приемы повышения его эффективности. Более высокое качество оптимального решения задачи развозки достигается лучшим подбором пар (эффект маршрутизации) и включением большого числа пар в решение (эффект более рациональной загрузки). Поскольку именно соотношение когда грузопместимость транспортных средств превышает размер поставляемых партий характерно для задачи развозки, то усилению элемента маршрутизации в алгоритмах получения приближенных решений было уделено наибольшее внимание.

Другой способ повышения эффективности пошаговых алгоритмов типа «функций выигрыша» состоит в предварительном просмотре некоторого заданного числа шагов (списка упорядоченных значений выигрыша в методе «функций выигрыша») и в последующей фиксации тех шагов, которые дают наибольший эффект в сумме.

Третий, сравнительно редко используемый путь состоит в попытке уменьшить протяженность маршрутов более рациональным использованием грузопместимости транспортных средств. Стремление лучше загрузить транспортные средства вполне может быть критерием решения задачи развозки. Здесь, однако, имеется в виду возможность улучшения решения по общей протяженности маршрутов при одновременно лучшей загрузке. Этот прием дает наибольший эффект при уменьшении среднего числа заездов в маршруте, когда задача по условиям ставится близко к типу смешанной или в конце работы пошаговых алгоритмов, когда маршруты уже доформировываются почти без улучшения функционала и задача развозки выглядит как задача загрузки.

ЛЕКЦИЯ 9. МОДЕЛЬ ОРГАНИЗАЦИИ ПЕРЕВОЗОЧНОГО ПРОЦЕССА НА ПРИМЕРЕ ПАССАЖИРСКИХ ПЕРЕВОЗОК

Автобусные перевозки как транспортная система

Рассматривая транспортную систему произвольного вида, можно выделить в ней две составные части: транспортные средства (носители груза, пассажиров или информации) и транспортную сеть. Функциональные возможности транспортной системы полностью определяются указанными составляющими. Чем разветвленнее транспортная сеть, чем выше ее пропускная способность, тем больше функциональные возможности системы. Чем быстрее движется носитель, чем больше пассажиров и грузов он может перевозить, чем меньше он потребляет энергии, тем лучше эксплуатационные свойства системы.

Независимо от вида носителя груза и пассажиров и транспортной сети транспортные системы обладают рядом общих свойств и параметров. Основными параметрами сети служат пропускная способность, характеристики связанности пунктов отправления и прибытия и организация перевозок. Управление перевозками состоит в выборе, а установлении маршрутов и графиков движения транспортного носителя с учетом ситуации на сети. В качестве функции цели при поиске оптимальных управляющих планов перевозок выступает обобщенный показатель качества обслуживания, учитывающий требования потребителя и стоимость перевозки.

Определение оптимальных маршрутов движения носителя по сети обычно ставится как задача максимизации средней скорости сообщения при заданных пропускных способностях звеньев сети, количествах транспортных носителей, их типоразмеров, методах загрузки и выгрузки.

В транспортной системе автобусных перевозок в качестве носителя выступает автобус, а транспортной сетью служит маршрутная система.

В транспортной автобусной системе сеть маршрутов накладывается на существующую транспортную сеть. В силу этого обстоятельства при планировании автобусных перевозок должны учитываться закономерности дорожного движения, а в ряде случаев эти закономерности должны направленно модифицироваться. Имеется в виду выделение специальных полос движения и включения разрешающего сигнала, но прибытию автобусов на перекресток. Оба указанных мероприятия нашли широкое

применение в практике регулирования дорожного движения в ряде зарубежных стран.

Имеющийся опыт подтверждает эффективность обеспечения приоритета автобусного транспорта в интенсивном дорожном движении. Создание благоприятного условия для движения в плотном транспортном потоке позволяет радикально улучшить показатели автобусных перевозок. В этом состоит одно из основных управлений дальнейшего совершенствования организации дорожного движения. Вопросы организации дорожного движения и автобусных перевозок тесно связаны, в конечном итоге эффективность организации дорожного движения должна оцениваться только через эффективность перевозок. Оба эти вопроса необходимо рассматривать с позиций единой теории автомобильно-транспортных коммуникаций.

Конфигурация автобусных линий на плане города, т.е. улиц и проездов, по которым проходят автобусные маршруты, образует автобусную транспортную сеть города. Автобусная транспортная сеть со всеми пролегающими по ней городскими автобусными маршрутами образует маршрутную систему.

По условиям пользования и характеру движения автобусов маршруты подразделяются на обычные, укороченные, скоростные и экспрессные. На обычных маршрутах остановка автобусов обязательна на всех промежуточных остановочных пунктах. При скоростном режиме движения автобусы останавливаются лишь на отдельных, заранее установленных промежуточных остановочных пунктах. На экспрессных маршрутах движение автобусов организуется прямым сообщением между конечными пунктами без остановок в пути следования.

Движение автобусов по маршруту складывается из рейсов. Рейсом называется пробег автобуса по маршруту в одном направлении от одного конечного пункта до другого. Пробег автобусов по маршруту в обоих направлениях считается обратным рейсом. Вводится также понятие «оборот автобуса». Оборот автобуса определяется временем, которое включает время движения автобуса в прямом и обратном направлениях, а также время стоянки на обоих конечных пунктах.

Чтобы представить себе систему городских автобусных перевозок как объект управления, необходимо определить фазовые координаты состояния

системы, управления и целевую функцию. Задача маршрутизации является статистической задачей оптимизации. Поэтому для ее решения достаточно определить управление и целевую функцию. В результате решения задачи оптимизации должна быть построена маршрутная сеть с учетом пунктов пересадки, остановок и количества и типов автобусов на каждом маршруте. К задаче маршрутизации относится также задача назначения скоростных, укороченных и экспрессных маршрутов.

Расчет графиков движения автобусов также проводится методами статической оптимизации. Здесь в качестве основного управляющего параметра выступает интервал движения, который зависит от количества автобусов.

Решение многих задач управления перевозками требует использования матрицы корреспонденций пассажиров. Матрица корреспонденций представляет собой таблицу в каждой клетке которой записывают количество пассажиров, следующих от остановки с номером строки к остановке с номером столбца.

В верхней треугольной части таблицы проставлены корреспонденции пассажиров при движении в прямом направлении. В нижней части таблицы — корреспонденции в обратном направлении, от 1-й до 5-й остановки — 12 пассажиров. Последний столбец составлен из сумм элементов строк, расположенных выше главной диагонали, и задает количество пассажиров, которые садятся в автобус на последовательных остановках. Самая нижняя строка таблицы дает количество пассажиров, выходящих из автобуса на остановках с соответствующим столбцу номером j . Связь

Наряду с матрицей корреспонденций при планировании маршрутов используется также матрица норм времени. Каждый элемент матрицы представляет собой время следования пассажира от остановки с номером i к остановке с номером j . Эта матрица может быть найдена двумя путями. Первый путь состоит в экспериментальном измерении времени движения автобуса. Этот путь является дорогостоящим, так как предполагает проведение обширной программы измерений с учетом наличия большого числа факторов, воздействующих на скорость и время движения автобуса. Другой путь состоит в расчете времени движения и использует динамические характеристики автобуса, временные параметры светофорного регулирования на перекрестке характеристики дорожного движения,

закономерности прибытия пассажиров на остановку. Расчетный способ определения матрицы норм времени является весьма объективным и в то же время значительно более дешевым.

При решении ряда задач управления перевозкам используется понятие пассажиропотока. Под пассажиропотоком понимают количество пассажиров, которые фактически перевозятся в данный момент на каждом перегоне автобусного маршрута или в целом на автобусной сети всех маршрутов в одном направлении.

Информационная модель автобусных перевозок

Управление перевозками взаимно обусловлено как во времени, так и в последовательности выполнения дельных контролирующих воздействий. Структуру системы управления автобусными перевозками проще всего представить с помощью информационной модели. Модель содержит три взаимосвязанные части, которые соответствуют трем различным рангам, или уровням управления.

Первый уровень — ранг регулирующих воздействий — отображает действие системы управления автобусными перевозками по обеспечению регулярности движения. Поскольку первый ранг формализуется на языке алгоритмов современных вычислительных машин относительно просто, эта часть управления была автоматизирована в первую очередь. АСДУ обеспечивает контроль за движением автобусов, начиная с момента выхода автобуса и кончая его возвращением в автотранспортное предприятие. Система контролирует распределение автобусов по маршрутам, движение автобусов, эксплуатационные показатели подвижного состава; составляет расписание для каждого автобуса; собирает данные и составляет статистические отчеты.

Информация о номере маршрута, контрольного пункта, кодового номера автобуса и фактическом времени прибытия автоматически выдается на цифровое печатающее устройство. Одновременно информация отображается на мнемощите. Пульт диспетчера оснащен электронными часами, дублирующей системой громкоговорящей связи между диспетчером и водителем автобуса, устройством визуального отображения цифровой информации о плановом и фактическом количестве автобусов на маршрутах. Система автоматизированного контроля обеспечивает объективный

визуальный контроль за регулярностью движения автобусов по каждому маршруте и по всей сети в целом.

Второй уровень в информационной модели отображает функционирование системы управления перевозками по реализации решений оперативного характера. Характер и количественные параметры принимаемых решений формируются на основе оптимизации функции цели, которая представляет собой количественную оценку эффективности системы управления перевозками. Функция цели содержит в себе ряд показателей, таких, как затраты времени пассажиров на ожидание, движение, пересадки; коэффициент заполнения автобуса, вероятность отказа пассажиру в посадке.

Информационный поток на втором уровне управления проходит следующую цепочку. Сначала он подвергается анализу, причем в процессе анализа осуществляется более точная обработка информации, чем при осуществлении контроля регулярности движения. В частности, в процессе такого анализа получается матрицу корреспонденции и матрица норм времени. На основе проведенного анализа формируется функция цели, которая соответствует решаемой задаче. Таких задач две; задача маршрутизации и задача диспетчеризации. В рамках задачи маршрутизации выполняется назначение скоростных, укороченных и экспрессных маршрутов, а также производится модификации маршрутной системы. Под модификацией маршрутной системы понимается введение новых маршрутов и исключение слабо используемых маршрутов.

Задача диспетчеризации содержит две основные подзадачи: нормирование скорости движения автобусов и составление расписания автобусов. Выработанная в результате решения указанных задач оптимальная маршрутная система составляет основу плана деятельности автотранспортного предприятия, которое реализует разработанные планы через диспетчерскую и эксплуатационную службу маршрутов.

На третьем уровне, или ранге, управления перевозками осуществляется планирование и организация перевозок на базе лингвистической макромоделей транспортного процесса. Промежуточным результатом этого вида деятельности системы управления является язык описания системы пассажирских автобусных перевозок и законы эволюции маршрутной системы, в которых в роли управляющих переменных используются социально-экономические факторы.

Роль третьего уровня (ранга) управления еще более повышается с усложнением перевозок. В силу принципа необходимого разнообразия Эшби, росту сложности объекта управления должен соответствовать рост средств описания этой сложности в системе управления. Такому процессу отвечает появление новых понятий в системе управления перевозками.

Например, привлечение к управлению перевозками общих кибернетических и экономико-математических закономерностей означает использование новых представлений, средств описания и, следовательно, расширение языка описания перевозок. Расширение языка описания перевозок помогает формированию наиболее общих закономерностей развития автобусной транспортной системы. В основу метода построения законов развития, или эволюции, автобусной транспортной системы кладутся более общие закономерности функционирования общественных коммуникаций, такие, как формирование социальных и психологических основ потребности населения в передвижениях и закономерности городских агломераций.

Задачи управления автобусным перевозками

Анализ информационной модели позволяет выделить две основные задачи, которые решаются в процессе управления перевозками: задача маршрутизации и задача диспетчеризации. Решение каждой задачи производится путем оптимизации соответствующего критерия или показателя эффективности.

Критерием оптимизации в общей задаче управления перевозками является время пребывания пассажира в пути. В математической форме критерий записывается с помощью следующего выражения:

(9.1)

где Π_{ij} — число пассажиров, совершающих поездку из пункта i в пункт j ; n — общее количество остановок; Π_k — количество пассажиров, пользующихся только маршрутом K , Π_l — количество пассажиров, проезжающих по совмещенному участку l ; $t_{ir} t_{jr}$ — затраты времени на следование и пересадки одного пассажира из пункта i в пункт j соответственно; t_r — время ожидания одним пассажиром автобуса на маршруте r ; t_l — время ожидания одним пассажиром автобуса для движения по l -ому участку сети с одним или несколькими совпадающими маршрутами; ij — индексы микрорайонов.

Назначение скоростных, укороченных и экспрессных маршрутов производится в соответствии с несколько более простой формулой, не учитывающей затрат времени пассажира на пересадки:

(9.2)

Подзадача распределения автобусов по маршрутам решается путем оптимизации времени ожидания пассажирами прибытия автобуса

— (9.3)

где $P_{ir}(Q_{ir})$ - количество пассажиров, входящих, (выходящих) на остановке i маршрута r ; t_{ir} — время ожидания одним пассажиром автобуса на i -той остановке r -го маршрута; t_{ir} — время стоянки автобуса на остановке с номером i ; n_r — количество остановок на маршруте r ; N — количество маршрутов.

В формуле (9.3) время стоянки автобуса t_{ir} и время ожидания автобуса пассажиров Q_{ir} являются функциями загрузки автобуса. Учет этого обстоятельства позволяет использовать критерий (9.3) также при выборе типа автобуса. При выводе критерия в форме (9.3) предполагается, что время движения автобуса от остановки к остановке слабо зависит от его наполнения. В противном случае формулу (9.3) необходимо ввести член, учитывающий время движения автобуса.

Задача диспетчеризации, как уже отмечалось, содержит три подзадачи: нормирование скоростей движения; составление расписания движения и контроль за регулярностью движения. Последняя задача в рамках информационной модели упоминалась при анализе информационных потоков на первом ранге управления.

Подзадача нормирования скоростей сводится к расчету матрицы норм времени, исходя из динамических характеристик автобуса, параметров светофорного регулирования и интенсивности транспортного потока. Расчет производится в соответствии с принципом максимума скорости, т. е. в качестве критерия при решении этой подзадачи используется скорость автобуса.

Подзадача составления расписания движения автобусов разбивается, в свою очередь, на два вопроса: определение потребного числа автобусов по часам суток и определение режимов труда, т. е. составление графиков работы водителей. Первый из этих вопросов решается минимизацией критерия I_3 при выполнении ограничений, накладываемых на количество автобусов и

уровень загрузки автобусов. Эти ограничения в аналитической форме имеют вид:

$$\frac{m_r(t)}{A_r} \leq \eta_{ir} \quad (9.4)$$

где m_r — количество автобусов на маршруте r ; $m_r(t)$ — число автобусов, которое может быть максимально выпущено на маршрут с номером K в момент времени t ; η_{ir} — коэффициент загрузки или наполняемость автобуса на остановке i маршрута r ; $\eta_r(t)$ — заданная величина коэффициента наполняемости на маршруте r ; A_r — средняя вместимость автобуса на маршруте r .

Определение режимов труда и составление графиков работы водителей осуществляется на основе решения предыдущего вопроса с учетом норм трудового законодательства, социально-психологических факторов, уровня и способов материального стимулирования.

При контроле за регулярностью движения используется квадратичный критерий вида:

$$\frac{1}{T_r} \sum_{i=1}^{n_r} (\Delta t_{ij})^2 \quad (9.5)$$

где Δt_{ij} — интервал между автобусами, измеренный на остановке r -го маршрута между i -м и $(i+1)$ -м автобусами; T_r — время оборота на r -м маршруте.

Критерий дает средний квадрат отклонений регулярности движения от заданного интервала.

Таким образом, перечислены все основные задачи, решаемые в процессе планирования, управления и регулирования автобусных перевозок. Задачи решаются методом оптимизации соответствующего показателя или критерия эффективности.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Таха, Хэмди А. Введение в исследование операций / Хэмди А. Таха. – 7-е изд.: перевод с англ. – Москва: Вильямс, 2005. – 912 с.
2. Данилов, О.Ф. Исследование операций на автомобильном транспорте : учебное пособие / О.Ф. Данилов, Е.О. Галимова. – Тюмень: Вектор Бук, 2007. – 145 с.
3. Грузовые автомобильные перевозки: учебник для вузов / А.В. Вельможин, В.А. Гудков, Л.Б. Миротин, А.В. Куликов. – 2-е изд., стереотип. – Москва: Горячая линия – Телеком, 2007. – 560 с.
4. Бабурин, А.В. Экономико-математические методы и модели в управлении водным транспортом. Системы массового обслуживания: учебное пособие / А.В. Бабурин, Т.И. Полянская, И.Д. Шилкина. – Санкт Петербург: ФГОУ ВПО СПГУВК, 2009. – 113 с.
5. Банди, Б. Основы линейного программирования / Б. Банди. – Москва: Радио и связь, 1989. – 176 с.
6. Кожин А.Н. и др. Математические методы в планировании и управлении грузовыми автомобильными перевозками. М.: Транспорт, 1994. - 304 с.
7. Математическое моделирование транспортных процессов : учебное пособие / А. П. Широков. - Хабаровск : Изд-во ДВГУПС, 2012. - 136 с.
8. Моделирование производственных процессов автомобильного транспорта. Учебн. пособие / Владим. гос. ун-т; Сост. С.И. Коновалов, С. А. Максимов, В.В. Савин. Владимир, 2005. 244 с.
9. Николаев, Н.Н. Моделирование транспортных процессов и систем: учебное пособие / Н.Н. Николаев. – Черноград: ФГБОУ ВПО АЧГАА, 2012. – 144 с.
10. Вентцель, Е.С. Исследование операций / Е.С. Вентцель. – Москва: Советское радио, 1974. – 552 с.
11. Имитационное моделирование и принятие решений в задачах автомобильно-дорожного комплекса (Решение некоторых типовых задач планирования и управления): учебное пособие / В.Н. Луканин, О.П. Гуджоян, А.В. Ефремов. – Москва: ИНФРА-М, 2001. – 345 с.